INTERFERENZ DER RÖNTGENSTRAHLEN UND KRISTALLSTRUKTUR

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
(II. SEKTION)

DER

KGL. BAYR. LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT
ZU MÜNCHEN

VORGELEGT AM 20. JULI 1914

VON

RICHARD GLOCKER

STUTTGART
CHR. BELSERSCHE BUCHDRUCKEREI
1914

INTERFERENZ DER RÖNTGENSTRAHLEN UND KRISTALLSTRUKTUR

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
(II. SEKTION)

DER

KGL. BAYR. LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT
ZU MÜNCHEN

VORGELEGT AM 20. JULI 1914

VON

RICHARD GLOCKER

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

STUTTGART
CHR. BELSERSCHE BUCHDRUCKEREI
1914

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548312_0134

Meinen Eltern gewidmet

Inhalt.

Seite

§ 1. Einleitung 1

I. Teil:

§ 2. Versuchsanordnung 4
§ 3. Versuche mit Gips 15
§ 4. Versuche mit Steinsalz 20

II. Teil:

§ 5. Verbesserung der Versuchsanordnung 48
§ 6. Struktur des Sylvinraumgitters 54
§ 7. Struktur des Bromkaliumraumgitters 66
§ 8. Struktur des Flußspatraumgitters 72
§ 9. Energieverteilung und Obertöne 88

Hiezu 4 Tafeln.

§ 1. Einleitung.

Kurze Zeit nach der bedeutsamen Entdeckung von Friedrich, Knipping und Laue,[1]) daß der Durchgang eines Röntgenstrahlbündels durch einen Kristall Anlaß zu Interferenzerscheinungen gibt, wurde von Herrn E. Wagner der Gedanke ausgesprochen, einen derartigen Interferenzstrahl auszublenden und ihn auf einen zweiten, gleich orientierten Kristall derselben Art zu leiten. Von dem Ergebnis dieses Versuches ließ sich eine Beantwortung folgender wichtiger Fragen erwarten:

Laue hatte in seiner Theorie zur Erklärung der von ihm und seinen Mitarbeitern beobachteten Interferenzerscheinungen die Frage unentschieden gelassen, ob die vom Kristall ausgehende periodische Strahlung „erst im Kristall durch Fluoreszenz entsteht, oder ob sie schon in der primären Strahlung vorhanden ist und nur durch den Kristall ausgesondert wird." Durch verschiedene Tatsachen (starke Interferenzmaxima bei Diamant, obgleich Kohlenstoff nach Barkla keine Eigenstrahlung zeigt, sowie gleiche Härte der Interferenzstrahlung bei Diamant und Zinkblende), wurde die Vermutung nahe gelegt, daß es sich um eine schon in der Primärstrahlung vorhandene Fluoreszenz-Strahlung handeln müsse, etwa um die Eigenstrahlung der Antikathode. Eine genauere, quantitative Prüfung seiner Theorie[2]) führte Laue zur Annahme, daß den verschiedenen Interferenzpunkten eines Photogramms 5 verschiedene Wellenlängen zuzuordnen seien. Wollte man die Erklärung der wirksamen periodischen Strahlung als Eigenstrahlung der Antikathode aufrecht erhalten, so war man also gezwungen, die Existenz von 5 verschiedenen Eigenstrahlungen des Platins anzunehmen, während nach den Untersuchungen von Barkla nur 2 Eigenstrahlungen des Platins (K- und L-Reihe) bekannt sind. Gerade dieser Punkt seiner Theorie (Unmöglichkeit der Erklärung aller Punkte eines Photogramms als Interferenzen höherer Ordnung von einer einzigen Wellenlänge) erschien eines experimentellen Beweises besonders bedürftig.

[1]) Münchner Akademie-Berichte 1912, 303.

[2]) Münchner Akademie-Berichte 1912, 363.

Die einzige experimentelle Möglichkeit, Aufschlüsse über die Natur der von einem Kristall ausgesandten Strahlung zu erhalten, bestand darin, unter Benützung eines Interferenzstrahls als Strahlungsquelle die Versuche von Friedrich, Knipping und Laue zu wiederholen. Ein auf diese Weise erhaltenes Kristall-

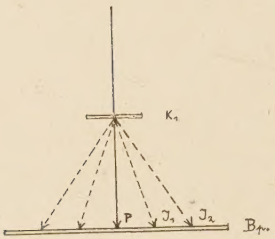


Fig. 1. Primäres Photogramm.

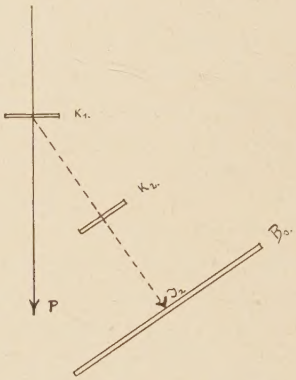


Fig. 2. Sekundäres Photogramm.

photogramm, das wir fernerhin kurz als „sekundäres" Bild (Fig. 2) bezeichnen werden, konnte sich nun von dem „primären" Photogramm (Fig. 1), wie es unter Benützung der gewöhnlichen Röntgenstrahlen erhalten wird, in dreierlei Weise unterscheiden:

1. beide Photogramme stimmen vollkommen überein,
2. einige Punkte fehlen auf dem „sekundären" Bild,
3. kein einziger Punkt ist auf dem sekundären Bild sichtbar.

1. Eine vollkommene Identität beider Photogramme würde beweisen, daß die vom Kristall ausgehende Strahlung schon in der Primärstrahlung vorhanden ist, sowie daß alle Interferenzpunkte in Bezug auf die Natur der Strahlung untereinander vollkommen gleichwertig sind; das letztere Resultat würde in schroffstem Widerspruch stehen zu der von Laue geforderten Existenz von 5 verschiedenen Wellenlängen. Unter diesen Umständen hätte aber auch eine von anderer Seite ausgesprochene Deutung der Interferenzmaxima als einer selektiven Zerstreuung der Primärstrahlen in kristallographisch ausgezeichneten Richtungen (sogen. Kristallschächten) bedeutend an Wahrscheinlichkeit gewonnen. Nach dieser Hypothese müßte jeder vom Kristall ausgehende Strahl genau denselben Charakter besitzen

wie der von der Röntgenröhre kommende Primärstrahl. Aus der Gleichwertigkeit der beiden Strahlen würde dann notwendig auch die Identität der mit beiden Strahlen erhaltenen Photogramme folgen.

2. Würde sich das sekundäre Bild von dem primären durch das Fehlen verschiedener Punkte unterscheiden, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß es sich um die Interferenzerscheinungen verschiedener, in dem primären Bündel enthaltener Wellenlängen handelt. Alle Punkte, welche nicht mit der ausgesandten Wellenlänge übereinstimmen, müßten auf dem sekundären Photogramm fehlen; das Aussehen desselben wäre wesentlich abhängig von der Wahl des auszublendenden Interferenzstrahls. Ein derartig „selektiver" Charakter des sekundären Photogramms wäre somit ein direkter experimenteller Beweis für die Richtigkeit der von Laue aufgestellten Theorie.

3. Das negative Ergebnis, daß auf dem sekundären Bild keine Schwärzungsmaxima sichtbar sind, würde die Vermutung nahe legen, daß die vom Kristall ausgehende Strahlung eine Fluoreszenzstrahlung der den Kristall aufbauenden Atome ist. Nach der Stokesschen Regel, die bekanntlich auch im Gebiet der Röntgenstrahlen gilt, ist zur Erregung einer Fluoreszenzstrahlung eine Primärstrahlung von etwas größerer Härte erforderlich; es ist daher nicht zu erwarten, daß die in einem Kristall K_1 (Fig. 2) angeregte Eigenstrahlung einen zweiten Kristall K_2 derselben Art wieder zur Aussendung von Eigenstrahlung veranlaßt. Bei einem solch negativen Versuchsergebnis ließe sich der Einwand der Unterexposition leicht durch folgenden Kontrollversuch beseitigen: Setzt man an die Stelle von K_2 einen anderen Kristall K_3, der so ausgewählt ist, daß die Eigenstrahlung seiner Atome geringere Härte besitzt, wie die der Atome von K_1, so müßten sich jetzt auf dem sekundären Bild ausgesprochene Interferenzmaxima vorfinden; damit wäre dann ein sicherer Beweis geliefert, daß es sich um Interferenzerscheinungen der von den einzelnen Atomen ausgesandten Fluoreszenzstrahlung handelt.

Obwohl diese Überlegungen gezeigt haben, daß sich aus dem Versuchsergebnis in jedem Falle eine eindeutige Beantwortung der aufgeworfenen Fragen gewinnen ließe, wurde doch aus Intensitätsgründen von einer Ausführung des Versuches zunächst abgesehen. Unter Zugrundelegung der von Friedrich,

Knipping und Laue für die primären Aufnahmen benötigten Expositionszeiten von mehreren Stunden, ergab eine oberflächliche Schätzung eine erforderliche Expositionszeit von etwa 100 Stunden. Erst als W. L. Bragg [1]) in einer kurzen Notiz mitteilte, daß es ihm in einigen Minuten schon gelungen sei, einen deutlichen Schwärzungseindruck von einem an der Spaltfläche von Glimmer reflektierten Röntgenstrahlbündel zu erhalten, wurde mit der Ausführung dieser Versuche begonnen. Im Laufe eines Jahres bis zum Abschluß dieser Untersuchungen erschien eine Reihe von Arbeiten von Bragg, Wulff u. a., die teilweise die gleichen Fragen behandeln; es wird sich später die Notwendigkeit ergeben, die Resultate dieser Arbeiten noch ausführlicher zu besprechen.

Hier möge noch ein kurzer Überblick über die vorliegenden Untersuchungen gegeben werden:

Im ersten Teil wird die prinzipielle Frage entschieden, daß die von einem Kristall ausgehenden Strahlen monochromatische Interferenzstrahlen sind.

Im zweiten Teil wird diese so gewonnene Quelle monochromatischer Röntgenstrahlung praktisch verwertet zur Bestimmung der Raumgitterstruktur einiger regulärer Kristalle.

I. Teil.

§ 2. Versuchsanordnung.

Für den Aufbau der Versuchsanordnung waren folgende Gesichtspunkte maßgebend:

1. Die zu erwartenden, großen Expositionszeiten ließen es wünschenswert erscheinen, gleichzeitig zwei Versuche nebeneinander ausführen zu können.

2. Die photographischen Platten mußten durch einen allseitig geschlossenen Bleikasten vor der direkten Strahlung der Röhre, sowie vor den am Boden und an den Wänden des Zimmers entstehenden Sekundärstrahlen vollkommen geschützt werden.

3. Die Öffnungsweite des auszublendenden Strahlenbündels war bestimmt durch zwei (sich entgegenstehende) Forderungen: die Vermeidung allzugroßer Divergenzen im Bündel verlangte

[1]) Nature 1912. (12. Dez.)

möglichst kleine Blendenöffnungen, während andererseits aus Intensitätsgründen ein Herabgehen unter einen bestimmten Minimalwert nicht angängig erschien.

4. Es mußte eine Einrichtung geschaffen werden, die es ermöglichte, während eines Dauerversuchs eine etwa unbrauchbar gewordene Röntgenröhre durch eine andere auswechseln zu können, um mit dieser die begonnene Exposition fortzusetzen.

5. Vorversuche hatten gezeigt, daß eine exakte Ausblendung eines Interferenzstrahls nur dann möglich ist, wenn der Ausgangspunkt der Strahlung seine Lage im Raum nicht ändert. Auch die geringen Wanderungen des Brennflecks, die beim Härterwerden der Röhre während des Betriebes häufig auftreten, hatten sich als äußerst störend erwiesen.

Die Forderungen 4 und 5 wurden erfüllt durch Montieren der Röhre auf Holzschlitten, die Verschiebungen nach drei Richtungen gestatteten, sowie durch Aufstellung der auf Seite 7 beschriebenen Bleifadenkreuze, die die richtige Lage des Brennflecks ein für allemal genau fixierten. Jede mittels der Fadenkreuze beobachtete Wanderung des Brennflecks wurde durch entsprechende Verschiebung der Röhre auf den Schlitten kompensiert.

Beschreibung der Einzelteile.

Die Röntgenröhre: Die Anforderungen, die an das Röhrenmaterial gestellt werden mußten, waren erstens hohe Belastung bei stundenlangem Dauerbetrieb und zweitens möglichste Konstanz der Härte, um das oben erwähnte lästige Kompensieren der Brennfleck-Wanderung tunlichst zu vermeiden. Die von F. Müller in Hamburg gelieferten Rapidröhren mit Wasserkühlung haben sich in dieser Beziehung sehr gut bewährt. Auf besonderen Wunsch waren sie mit verstärkter Kathode versehen worden, da anfangs mehrfach der Fall eintrat, daß bei längerer Belastung mit 4—5 Milli-Ampère die Kathode ins Glühen kam. Neue Röhren wurden die ersten Stunden nur mit 2½—3 M.A. belastet; nach längerem Gebrauch konnte aber anstandslos die Stromstärke bis auf 6 M.A. gesteigert werden. Die Röhren wurden ziemlich hart bestellt (etwa 7—8° der Wehneltskala); es war nämlich unverkennbar, daß die Intensität der Interferenzstrahlen mit wachsender Härte zunahm (vgl. § 9 Energieverteilung). Die meisten Röhren waren mit automatischer Kohle-Glimmer-Regenerierung versehen (aus einer

Hilfskathode von Kohle bezw. Glimmer werden durch Stromstöße geringe Mengen Luft frei gemacht); selbst bei sehr alten Röhren war es höchstens nötig, alle 10 bis 15 Minuten tüchtig zu regenerieren, während bei einer mit Palladiumregenerierung versehenen Röhre schon nach wenigen Minuten eine neue Regeneration erforderlich war. Diese Erscheinung ist offenbar damit zu erklären, daß der durch das Palladiumröhrchen eingelassene Wasserstoff sehr viel rascher von den Metallteilen absorbiert wird wie die von der Glimmerscheibe abgegebene Luft.

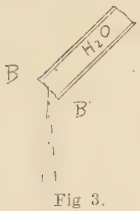


Fig. 3.

Aufstellung der Röntgenröhre: Um den oben unter 4 und 5 aufgestellten Forderungen zu genügen, erschien es zunächst notwendig, die Röhre auf 3 zu einander senkrecht verschiebbaren Schlitten anzubringen; eine eingehende Überlegung, in welcher Weise das Wandern des Brennflecks auf der Antikathode stattfindet, zeigte aber, daß sich der gewünschte Zweck schon durch 2 passend angebrachte Schlitten erreichen ließ. Die Röhre mußte mit Rücksicht auf das Wassergefäß der Antikathode mit der Längsachse vertikal aufgestellt werden, so daß die Ebene des Platinblechs der Antikathode einen Winkel von 45° mit der Horizontalebene bildete. Fig. 3 zeigt eine Seitenansicht der

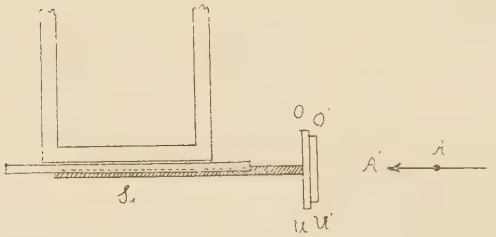


Fig. 4.

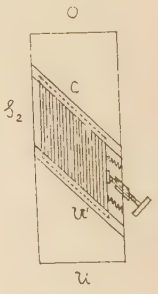


Fig. 5.

Antikathode; die Normale auf BB′ ist parallel zu der auf Fig. 4 mit AA′ bezeichneten Richtung. Jede Verschiebung des Brennflecks läßt sich nun zerlegen in eine Komponente in Richtung AA′ und in eine in Richtung BB′. Zur Kompensation der ersteren Komponente diente der in Fig. 4 gezeichnete Horizontalschlitten S_1 (Verschiebungsrichtung ∥ AA′). Die Komponente BB′ bedeutet entweder eine Senkung des Brennpunktes in Rich-

tung der Vertikalen, gleichzeitig verbunden mit einer Vergrößerung der Entfernung AC_2 (Fig. 6) oder eine Hebung, verbunden mit einer Abstandsverminderung. Eine derartige Bewegung ließ sich aber kompensieren durch einen senkrecht zum ersten Schlitten angebrachten Schlitten S_2 (Fig. 5), dessen Verschiebungsrichtung parallel zur Ebene der Antikathode ist. Auf Grund dieser Überlegungen ergab sich somit folgende Aufstellung: an einer hölzernen Wandkonsole (Fig. 4) war ein horizontal verschiebbarer Schlitten S_1 befestigt, der auf seiner Stirnseite, also senkrecht zu seiner Verschiebungsrichtung ein 12×30 cm großes Brett OU trug. Auf OU (Fig. 5) waren die

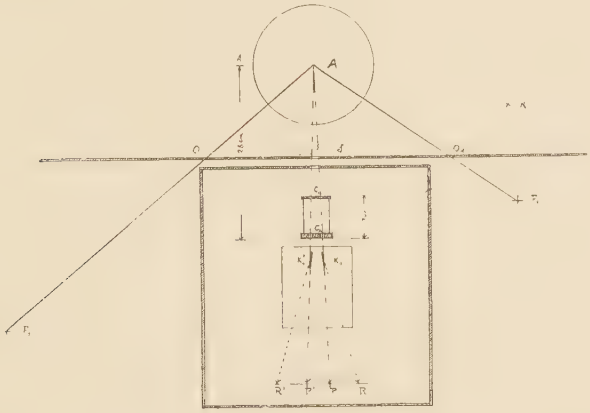


Fig. 6. Lageplan.

Führungsleisten eines zweiten Schlittens S_2 so angeschraubt, daß sie mit der Horizontalen einen Winkel von 45° bildeten. Eine Schraube und zwei Gegenfedern ermöglichten Verschiebungen um beliebig kleine Beträge nach beiden Richtungen. Auf dem beweglichen Teil von S_2 war einer der käuflichen Röhrenhalter vertikal angebracht, so daß seine beiden Klammern die Röhre am Kathodenschaft bezw. am Hals der Hilfsanode umspannten.

Die Bleifadenkreuze: Ein Kriterium zur Erkennung jeder Brennfleckwanderung läßt sich leicht auf folgende Weise gewinnen: Nehmen wir an, der Brennpunkt sei einmal in seine richtige Stellung gebracht (A in Fig. 6), so daß er sich deckt mit dem Schnittpunkt der beiden auszublendenden Strahlenbündel — auf welche Weise diese Einstellung ausgeführt wurde, wird später beschrieben werden —. Dieser Punkt A ist dann defi-

niert als Schnitt von irgend zwei beliebigen anderen Bündeln z. B. AF_1 und AF_2 in Fig. 6. Zwei kleine Öffnungen O_1 und O_1' in einem Bleischirm S erzeugen durch Lochkamerawirkung auf einem in F_1 bezw. F_2 angebrachten Fluoreszenzschirm das elliptische Bild des Brennflecks. Jede Wanderung des Brennflecks veranlaßt eine entsprechende Verschiebung der beiden Bilder auf dem Schirm; man hat dann nur noch nötig, durch eine Marke die Normallage der Bilder zu bezeichnen. Zu diesem Zweck wurde vor jedem Fluoreszenzschirm ein aus 0,2 mm dickem Bleidraht bestehendes Kreuz so angebracht, daß bei richtiger Stellung des Brennflecks der Schatten auf dem Schirm genau durch den Schwerpunkt der hellen Ellipse ging. Diese Einrichtung ermöglichte zugleich eine Prüfung der Brennfleckgröße bei neu gelieferten Röhren. Da es sich bei diesen Versuchen nur um die Intensität von Strahlenbündeln mit relativ kleiner Öffnungsweite handelte, so bedeutete jede Vergrößerung der spezifischen Intensität d. h. der von der Flächeneinheit des Brennflecks ausgehenden Strahlung eine Abkürzung der Expositionszeit; demnach waren bei gleicher Belastung Röhren mit möglichst kleinem Brennfleck solchen mit großem (sogen. Therapieröhren) vorzuziehen.

Stromerzeuger: Den zum Betrieb der Röhre nötigen hochgespannten Gleichstrom lieferte ein von der Firma Reiniger, Gebbert und Schall in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellter „Idealapparat", der selbst bei tagelangen Expositionen vollkommen störungsfrei gearbeitet hat. Das Prinzip dieses Apparates besteht bekanntlich darin, daß der der städtischen Leitung entnommene Gleichstrom von 220 Volt zunächst in Wechselstrom umgeformt und dann auf eine Spannung von etwa 100 000 Volt hinauftransformiert wird. Der sogen. Hochspannungsgleichrichter besorgt die Verwandlung dieses Wechselstroms in gleich gerichtete Stromimpulse. Der primäre Stromverbrauch betrug bei den meisten Röhren 10—12 Ampère. Die sekundäre Stromstärke wurde gemessen mit einem an dem Apparat befindlichen Gleichstrom-Milliampèremeter (Meßbereich 0—5 bezw. 5—25 Milliampère). Als Verbindungsleitungen zwischen Apparat und Röhre dienten sogen. Siemenssche Hochspannungskabel, die mittels Seidenschnur an Paraffinklötzen aufgehängt waren.

Bleischutz: Der eigentliche Versuchsraum, in dem sich die Kristalle und die photographischen Platten befanden, mußte so

beschaffen sein, daß außer den beiden ausgeblendeten Strahlenbündeln von keiner Seite irgend eine Strahlung hineingelangen konnte. Den Boden dieses Versuchsraumes bildete eine etwa 40×37 cm große Marmortafel, die auf der Platte eines starken Tisches fest verschraubt war. Zwischen Marmortafel und Tischplatte befand sich zum Schutz gegen die am Boden des Zimmers entstehende Sekundärstrahlung eine Zwischenlage von 3 mm dickem Bleiblech, das an den Rändern der Marmorplatte rechtwinkelig nach oben umgebogen war. In diesen so entstandenen Falz paßte ein 30 cm hoher Bleikasten (ohne Boden) hinein, der von oben herabgelassen werden konnte. Die Aufhängung desselben bestand aus einem über 2 an der Zimmerdecke befestigten Rollen laufenden Drahtseil, das auf der einen Seite den Bleikasten, auf der andern ein passend gewähltes Gegengewicht trug. Auf der der Röntgenröhre zugekehrten Seite wurde zur Verstärkung des Schutzes ein 75×120 cm großer Bleischirm aufgestellt. Die Dicke dieses Schirms, sowie die Wandstärke des Kastens betrug 3 mm.

Die Doppelblende[1]: Entsprechend der oben unter 1 aufgestellten Forderung (gleichzeitige Ausführung zweier Versuche) mußten 2 Strahlenbündel von der gleichen Öffnungsweite ausgeblendet werden. Es erschien nützlich, zunächst durch eine Blende C_1 (Fig. 6) die von der Glaswand der Röhre ausgesandte Sekundärstrahlung abzuhalten und dann erst in einigem Abstand eine zweite, engere Blende C_2 aufzustellen, die dann die eigentliche Begrenzung der den Kristall treffenden beiden Strahlenbündel bildete. Beide Blenden C_1 und C_2 durften natürlich ihre gegenseitige Lage nicht ändern; deshalb wurde die Vorrichtung zur Ausblendung beider Strahlen durch je 2 Blenden so ausgeführt, daß sie aus einem Stück bestand: ein 55 mm langes Messingrohr von 40 mm Durchmesser, das auf einem Dreifuß-Stativ horizontal befestigt war, war an beiden Enden mit Bleischeiben verschlossen, deren Dicke 4 mm bezw. 8 mm betrug. In diese Scheiben wurden zwei schiefe Kanäle so hineingebohrt, daß die Verlängerungsrichtungen der Bohrungen sich in einem von C_1 um 21 cm entfernten Punkt A schnitten. Die Röhre mußte also so aufgestellt werden, daß die Antikathode von der Vorderkante der Doppelblende genau 21 cm entfernt war. Aus Intensitätsgründen wurde dieser Abstand möglichst klein ge-

[1]) Siehe Abbildung Nr. 6 auf Tafel III.

wählt; unter diesen Wert von 21 cm herunterzugehen, erschien jedoch nicht ratsam im Hinblick darauf, daß bei allzu großer Annäherung der Röhre an den Bleischirm leicht ein Überschlagen der Funken eintreten konnte, sowie daß bei einer Verminderung der Entfernung SC_1 beim Herablassen des Kastens ein Anstoßen der Doppelblende zu befürchten war. Der Abstand der beiden Öffnungen auf der Scheibe C_2 betrug 20 mm; die Bohrlöcher befanden sich auf dem horizontalen Durchmesser der beiden Scheiben, so daß die ausgeblendeten Strahlen in einer Horizontalebene verliefen. Als sehr wesentlich für das Gelingen der Versuche erwies sich die passende Wahl der Durchmesser der Bohrungen. In dem Bestreben, möglichst parallele Strahlen zu erhalten, wurden zunächst die Öffnungen sehr klein gewählt, nämlich 1,2 mm bei C_1 und 0,7 mm bei C_2. Die für primäre Aufnahmen nötigen Expositionszeiten waren jedoch so groß, daß mehrmals eine Erweiterung der Bohrlöcher vorgenommen wurde, so daß die endgültigen Werte 2,8 bezw. 1,8 mm betrugen. Mit diesem Gewinn an Intensität war zwar der Umstand verknüpft, daß die benützten Strahlenbündel nunmehr aus ziemlich divergenten Strahlen bestanden. Es wird jedoch später gezeigt werden, daß diese Divergenzen sich keineswegs als störend erwiesen haben.

Der Kristalltisch: Die Aufstellung der 4 Kristalle auf einer Messingplatte, die auf einem mit 3 Stellschrauben versehenen Dreifuß ruhte, garantierte eine größere Stabilität der Anordnung, als wenn jeder einzelne Kristall auf einem besonderen Stativ (Goniometer) angebracht worden wäre. Dadurch, daß die Unterlagscheiben dieser drei Stellschrauben ebenso wie der Dreifuß der Doppelblende, mit Wachskitt auf der Marmorplatte angekittet wurden, wurde erreicht, daß das System Doppelblende-Kristalltisch auf äußere Einwirkungen (z. B. Erschütterungen) nur als Ganzes reagieren konnte. Diese Unverrückbarkeit der einzelnen Teile gegeneinander war insofern äußerst wichtig, als bei der geringsten Änderung der Stellung der Doppelblende gegenüber den Kristallen K_1 und K_1', der Winkel, unter dem die Primärstrahlen auf die Kristalle K_1 und K_1' auftrafen, geändert worden wäre; dann wäre der seine Richtung entsprechend ändernde Interferenzstrahl durch die 1,8 mm weite

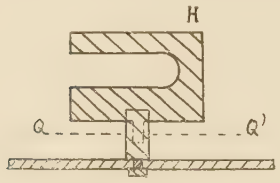


Fig. 8.

Blende O bezw. O′ (Fig. 7 und 9) nicht mehr hindurchgegangen. Die Platte des Messingtisches war 13 cm lang und 11 cm breit; die Höhe der Tischkante über der Marmorplatte betrug 11,3 cm, während die beiden Bohrlöcher O_2 und O_2' der Doppelblende sich 15,0 cm über der Marmorplatte befanden. Bei D_1 und D_1' waren 2 um eine zur Tischplatte senkrechte Achse drehbare Messingrähmchen angebracht, an welchen die Kristalle K_1 und K_1' mittels Klammern festgemacht werden konnten. Diese Messingrähmchen hatten die in Fig. 8 gezeichnete Form; der Ausschnitt in der Mitte erlaubte dem Primärstrahl einen un-

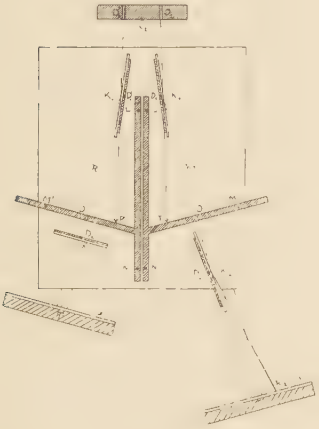


Fig. 7.

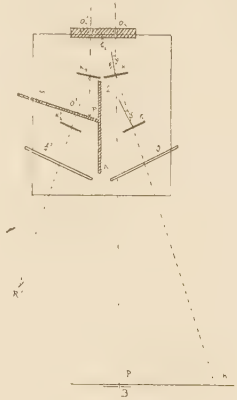


Fig. 9.

gehinderten Durchgang, ohne daß ein Auftreffen auf Metallteile Anlaß zur Entstehung von Sekundärstrahlung bieten konnte. In gleicher Weise waren bei den an D_2 und D_2' befindlichen Kristallträgern die hinteren Kristalle K_2 und K_2' angebracht. Zwischen den beiden Kristallpaaren K_1 bezw. K_1' und K_2 bezw. K_2' befand sich ein aus zwei Stücken bestehender 8 cm hoher Bleischirm, der zweierlei Zwecken diente: erstens sollte dadurch der Primärstrahl sowie alle sonstigen Interferenzstrahlen außer R_1 und R_1' abgehalten werden, und zweitens sollte die 1,8 mm große Öffnung bei O bezw. O′ die Divergenz des auf die hinteren Kristalle K_2 bezw. K_2' geleiteten Interferenzstrahls etwas einschränken. Für die beiden Bleischirme wurde die in Fig. 7 gezeichnete Form gewählt: das Ansatzstück bei L und L′ ver-

hinderte, daß ein von K_1 (bezw. K_1') ausgehender Interferenzstrahl nach Passieren der Blende O′ (bezw. O) auf den Kristall K_2' (bezw. K_2) und dann auf die photographische Platte G′ bezw. G treffen konnte, während die Verlängerungen bei N und N′ nur zur Erhöhung der Stabilität dienten. Die Aufstellung mittels 3 kleiner Messingspitzen bei L, M, N (bezw. L′, M′, N′). die in 3 auf der Messingplatte festgekittete Unterlagsscheibchen paßten, ermöglichte ein leichtes Abnehmen des Schirms, wenn die Kristalle aufgesetzt und eingestellt wurden, und garantierte zugleich nach dem Wiederaufsetzen ein exaktes Erreichen der alten Stellung. — Um die Unverrückbarkeit der photographischen Platten gegenüber den hinteren Kristallen K_2 und K_2' zu sichern, schien es ratsam, die Plattenträger T und T′ je mittels eines Messingarmes an der Tischplatte zu befestigen.[1]) Die Plattenträger bestanden aus einem 6×9 cm großen Rahmen aus 6 mm starken Vierkantmessing.

Die photographischen Platten: Um die großen Expositionszeiten tunlichst einzuschränken, wurde auf Verbesserung der photographischen Technik viel Sorgfalt verwandt. Beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch eine Bromsilberschicht ist bekanntlich nur der sehr geringe Bruchteil der Gesamtintensität, der in der Schicht absorbiert wird, photographisch wirksam. Das Ziel, den Umwandlungskoeffizienten der gesamten Strahlungsenergie in photographisch wirksame Energie zu erhöhen, ließ sich auf verschiedene Weise erreichen:

1. Benützung der Sekundärstrahlung eines, die Schichtseite der Platte bedeckenden Silberbleches: Die durch die Glasseite exponierte Platte zeigte an den Stellen, an denen das Silberblech aufgelegt war, eine erheblich stärkere Schwärzung, wie an den übrigen unbedeckten Teilen der Platte. (Eine photometrische Ausmessung ergab eine Erhöhung der Schwärzung im Verhältnis von etwa 1: 2). Trotz der großen Verstärkungswirkung wurde von einer weiteren Anwendung dieses Verfahrens abgesehen, weil es äußerst schwierig war, das für genaue Versuche erforderliche, gleichmäßige Anliegen des Silberblechs auf allen Teilen der Schicht zu erreichen; auch bedeutete die Belichtung von der Glasseite her wieder einen gewissen Verlust an Intensität.

[1]) Siehe Abbildung Nr. 6, Tafel III. (Verbesserte Form des Kristalltischs.)

2. Unter denselben Nachteilen leidet auch die Verwendung der Fluoreszenzwirkung, die in die medizinische Technik in Form des sogenannten Verstärkungsschirms — eines meist mit Scheelit bestrichenen Pappschirms — Eingang gefunden hat. Bei kürzeren Expositionen ließ sich zwar hierdurch eine noch größere Verstärkungswirkung erreichen als durch Hinterlegung mit Silberblech; bei längerer Exposition trat jedoch eine Ermüdung der Fluoreszenz auf, so daß für die „Dauer-aufnahmen" dieses Verfahren nicht in Betracht kommen konnte.

3. Es blieb noch das Mittel, eine Erhöhung der Schichtdicke der photographischen Platte zu versuchen: Da die Absorption in der Schicht sehr gering ist, so war zu erwarten, daß eine doppelt so dicke Schicht doppelte Schwärzung liefert, falls es gelingt, durch irgend eine Entwicklungsmethode die Schicht in ihrer ganzen Tiefe durchzuentwickeln. Durch das liebenswürdige Entgegenkommen des Herrn Dr. Hauff [1]) waren wir in Stand gesetzt, diese Vermutung experimentell zu prüfen. Eine Platte I mit doppelter Schicht und eine gewöhnliche Röntgenplatte II wurden mit der Schichtseite aufeinander gelegt und dann der Einwirkung der von einem Kochsalzkristall ausgehenden Strahlen ausgesetzt. Nach dem Entwickeln zeigte die Platte I eine wesentlich stärkere Schwärzung der Interferenzpunkte wie die Platte II; das Schwärzungsverhältnis wurde mit dem im Institut befindlichen Hartmannschen Mikrophotometer ausgemessen; es ergab sich durchschnittlich für mittelstarke Schwärzungen der Wert 1: 1,7. Eine qualitative Kontrolle dieses Resultates wurde auf folgende Weise gewonnen: bei einer Serie von Platten ließen sich die beiden Schichten voneinander trennen. Bei 2 Platten mit gleichen Aufnahmen wurde diese Trennung der beiden Schichten bei der einen vor, bei der anderen nach dem Entwickeln herbeigeführt. Im ersteren Fall wurden Oberschicht und Unterschicht beide für sich entwickelt; die Schwärzungen eines Punktes auf den beiden Schichten waren nicht wesentlich verschieden, ein Beweis dafür, daß die

[1]) Herr Dr. Hauff (Feuerbach), dem auch an dieser Stelle verbindlichster Dank gesagt sei, ließ in seiner Fabrik für diese Versuche besondere Platten herstellen, deren Schicht doppelt so dick gegossen war wie die der gewöhnlichen Röntgenplatten.

Absorption der Röntgenstrahlen in der Schicht äußerst gering ist. Bei der anderen Platte, bei der die Trennung erst nach dem Entwickeln vorgenommen wurde, waren die Schwärzungen auf der Unterschicht wesentlich schwächer als die auf der Oberschicht. Damit war der Nachweis geliefert, daß es zwar theoretisch möglich ist, daß eine doppelt so dicke Schicht doppelt so große Schwärzung liefert, daß aber aus Gründen der mangelhaften Durchentwicklung sich dieser theoretische Wert nicht ganz erreichen läßt. (Es möge hier noch der Vollständigkeit halber erwähnt werden, wie sich diese doppelt dick gegossenen Platten der Einwirkung von optisch sichtbarem Licht gegenüber verhalten. Entsprechende Versuche ergaben auf der Unterschicht kaum eine schwache Schwärzung, wenn auf der Oberschicht die betreffende Stelle schon fast solarisiert war, ein Beweis für die außerordentlich viel größere Absorption des sichtbaren Lichtes in der Bromsilberschicht gegenüber der äußerst geringen Absorption der Röntgenstrahlen. Mit diesen Platten läßt sich ohne weiteres durch Trennung der beiden Schichten jede Schwärzung analysieren, ob sie von sichtbarem Licht oder von Röntgenstrahlen herrührt.)

Entwicklung der photographischen Platten: Es mußte eine Entwicklungsmethode gefunden werden, die die Schicht in ihrer ganzen Tiefe möglichst vollkommen durchentwickelt, ohne daß schon, wie z. B. bei Metol-Hydrochinon, in wenigen Minuten ein starker Oberflächenschleier auftritt. Am günstigsten erwies sich folgende Entwicklung: 5 ccm Rodinal auf 60 ccm destilliertes Wasser, hiezu 3—5 Tropfen einer 10prozentigen Bromkalilösung. Nach 6 bis 7 Minuten wurde die Entwicklung beendigt, da verschiedene Versuche zeigten, daß bei einer Überschreitung dieser Zeit sich keine Verstärkung der Schwärzung erreichen läßt, sondern daß im Gegenteil allmählich ein Oberflächenschleier auftritt.

Um die anfangs ziemlich häufig vorkommenden Gelbschleier zu vermeiden, wurden die Platten nach dem Entwickeln etwa 5 Minuten im Dunkeln mit laufendem Wasser ausgewaschen. In einer Lösung von Schnellfixiersalz wurde dann etwa 20 Minuten fixiert und hierauf 1—2 Stunden in fließendem Wasser gewässert. Mit dieser Methode gelang es, die leicht zum Schleiern neigenden doppelt dick gegossenen Platten vollständig klar zu erhalten.

§ 3. Versuche mit Gips.

Es handelte sich nun darum, einen Kristall auszuwählen, der folgenden Anforderungen entsprach:

1. Die von ihm ausgehenden Interferenzstrahlen, oder wenigstens einer von diesen, sollten möglichst intensiv sein; stark absorbierende (metallische) Substanzen waren daher ausgeschlossen.

2. Der Kristall sollte eine chemisch definierte Zusammensetzung haben.

3. Von dem Kristall mußten ziemlich große, gut ausgebildete Exemplare beschafft werden können.

Der Bedingung 1 genügten nach der schon oben angeführten Notiz von W. L. Bragg alle Kristalle, die nach irgend einer Richtung vollkommene Spaltbarkeit besitzen, z. B. Glimmer und Gips. Nach Bragg [1]) war die relativ große Intensität eines an einer Spaltebene reflektierten Röntgenstrahlbündels damit zu erklären, daß die Spaltflächen von allen Ebenen des betreffenden Kristalls am dichtesten mit Molekülen besetzt sind. Da mit Rücksicht auf 2. Glimmer wegen seines wechselnden Eisengehaltes nicht in Betracht kam, fiel die Wahl auf Gips ($CaSO_4$). Die von Steeg und Reuter in Homburg bezogenen drei Gipsspaltstücke waren 45 mm lang, 31 mm breit und etwa 1 mm dick; sie waren alle von demselben Stück abgespalten. Später wurde ein viertes, etwas kleineres Stück von 0,8 mm Dicke nachbestellt. Auf besonderen Wunsch waren die Spaltflächen weder durch Schleifen, noch durch Polieren irgendwie in ihrer natürlichen Beschaffenheit verändert worden, weil durch eine derartige Bearbeitung leicht innere Spannungen und Störungen der Homogenität hervorgerufen werden.

Einstellung.

Einstellung der Doppelblende: Zunächst wurde die Röntgenröhre so angebracht, daß die Verschiebungsmöglichkeiten mittels der Schlitten nach allen Richtungen ungefähr gleich groß waren. Dann wurde die Doppelblende annähernd in der Entfernung von 21 cm von der Antikathode aufgestellt, so daß ihre Achse sich mit der Mittelachse des Bleikastens deckte. Durch zwei bei P und P′ (Fig. 6) befindliche Nernstbrenner konnte durch

[1]) Über eine von Lorentz angegebene Erklärung, welche dem physikalischen Sachverhalt mehr entspricht, siehe unten Seite 25.

die Doppelblende von rückwärts her Licht geschickt und dadurch der Verlauf der auszublendenden Röntgenstrahlen sichtbar gemacht werden. (Die Entfernung PP′ berechnete sich aus dem bekannten Winkel (S. 9), den die beiden Kanäle in der Doppelblende miteinander bildeten, sowie aus dem Abstand von der Antikathode.) Hierauf wurde die Stellung der Doppelblende durch Drehen und Verschieben solange geändert, bis die von den beiden Öffnungen bei C_1 und C_2 durch Lochkamerawirkung erzeugten Bilder der beiden Nernststifte auf dem Platinblech der Antikathode sichtbar wurden.

Einstellung der Röntgenröhre: Die Güte dieser optischen Einstellung wurde dann durch Aufnahmen mit Röntgenstrahlen folgendermaßen geprüft und verbessert: die Röhre wurde nach allen möglichen Richtungen um geringe Beträge verschoben, wobei immer die Größe der Verschiebung an den beiden Skalen, die an den Schlitten angebracht waren, abgelesen und aufnotiert wurde, so daß die Röhre leicht wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückgebracht werden konnte. Eine bei K_1K_1' (Fig. 7) aufgestellte photographische Platte wurde jedesmal 60 Sekunden bei gleicher Belastung exponiert. Dann wurde nachgesehen, auf welcher Platte die beiden als kreisrunde Flecken sichtbaren Primärstrahlen genau gleich geschwärzt waren; die zu dieser Aufnahme gehörige Stellung der Röhre wurde hierauf durch Verschiebung um den aufnotierten Betrag wieder hergestellt. Durch Verwendung einer neuen Röhre mit großer Konstanz der Härte war dafür gesorgt, daß während der kurzen Zeit der Versuche kein Wandern des Brennflecks auftreten konnte. Die einmal gefundene „Normalstellung" der Antikathode wurde dann durch Aufstellung der auf S. 7 beschriebenen Bleifadenkreuze fixiert.

Einstellung der vorderen Kristalle: Da nach Bragg die Intensität des reflektierten[1]) Röntgenstrahls mit streifender Inzidenz zunahm, wurden die beiden Gipsspaltstücke K_1 und K_1' so gedreht, daß sie vom Primärstrahl unter einem Winkel von $6\frac{1}{2}^0$ getroffen wurden (der Winkel ist gemessen zwischen Strahl und Spaltfläche). Die Einstellung der Kristalle geschah zunächst auf optischem Weg: das Licht eines bei N (Fig. 6) befindlichen Nernstbrenners wurde durch einen bei S vorgesetzten, abnehmbaren Spiegel in die Kanäle der Doppelblende geleitet.

[1]) Vergl. hierzu Seite 24.

Diese so optisch sichtbar gemachten Primärstrahlen wurden zum Teil von der Oberfläche der Kristalle K_1 und K_1' reflektiert; zum Teil erlitten sie beim Durchgang durch die Gipsstücke infolge Brechung eine geringe Ablenkung. Dann wurde der Kristalltisch so aufgestellt, daß die beiden Kristalle gerade oberhalb des Drehpunktes D_1 bezw. D_1' (Fig. 7) von den Primärstrahlen getroffen wurden. Auf einer bei PP′ (Fig. 6) an einem Stativ befestigten Mattglasskala waren dann die zwei Primärstrahlen bei P und P′ und die 2 an den Gipskristallen reflektierten Strahlen bei R und R′ als beleuchtete Kreise sichtbar. Die Entfernung Skala—Kristall betrug 20 cm; bei einem Reflexionswinkel von $6{,}5^0$ berechnet sich dann der Abstand PR zu $d = 20 \text{ tg } 13^0 = 20 \cdot 0{,}23 = 4{,}6$ cm. Beim Abtragen dieser Strecke d auf der Skala war noch zu berücksichtigen, daß das optische Bild der Primärstrahlen, die durch die Brechung im Gips etwas abgelenkt waren, sich nicht deckte mit den Punkten, in denen die Skala von den beiden Röntgenstrahlbündeln getroffen wurde. Daher wurden diese Punkte mit dem Fluoreszenzschirm bestimmt und dann die Entfernung d von ihnen aus nach rechts und links abgetragen, bis zu 2 Marken R und R′. Mittels eines langen Messinghebels wurden dann die Kristallträger um D_1 und D_1' (Fig. 7) langsam gedreht, bis das optische Bild der reflektierten Strahlen mit diesen Marken zur Deckung kam. Zur Prüfung dieser optischen Einstellung wurde in 12 cm Abstand von den Kristallen eine photographische Platte aufgestellt und etwa ¼ Stunde exponiert. Eine mehrmalige Wiederholung der Einstellung, jedesmal verbunden mit einer Röntgenaufnahme, ergab immer das Resultat, daß der aus der Platte berechnete Reflexionswinkel nicht ganz genau mit dem optisch eingestellten Winkel übereinstimmte. Die Erklärung ist wohl darin zu suchen, daß die optische Reflexion, besonders bei dieser streifenden Inzidenz, sehr stark von der lokalen Oberflächenbeschaffenheit abhängig ist. Folgende Tatsache scheint diese Erklärung zu stützen: trotzdem die benützten Gipsspaltstücke tadellose Exemplare waren und keinerlei Risse oder dergl. aufwiesen, zeigten doch die Probeaufnahmen an sehr vielen Stellen eine Störung der Homogenität an, die daran erkenntlich war, daß die einzelnen Interferenzpunkte von einer Reihe von unregelmäßigen Streifen durchsetzt waren; mitunter traten richtige Doppelpunkte auf. Durch Verschiebung der Kristalle in ihrer Ebene, ohne daß also der Reflexionswinkel geändert wurde, konnte diese Störung be-

seitigt werden. Ein solcher Effekt ließ sich auch künstlich hervorrufen: ein Glimmerstück wurde aufgespalten und dann wieder die Einzelteile in richtiger Orientierung aneinandergefügt und das Ganze am Rande mit Wachskitt umgossen. Die Zahl der in den Interferenzpunkten sichtbaren Streifen entsprach der Anzahl der Einzelteile, in die das ursprüngliche Stück aufgespalten worden war. Vgl. Photogramm No. 1 auf Tafel I.

Das Justieren der Blenden O *und* O′ (Fig. 7): Nachdem die Unterlagscheibchen der beiden Bleischirme LMN und L′M′N′ so auf der Messingplatte angekittet waren, daß die Flächen OM und O′M′ nahezu senkrecht zu den Richtungen der optisch reflektierten Strahlen waren, handelte es sich darum, die genaue Lage der Blenden O und O′ zu bestimmen. Da aus den oben angeführten Gründen die optische Methode nicht das genügende Maß von Genauigkeit besaß, wurde folgendermaßen verfahren: auf der Fläche OM bezw. O′M′ wurde eine photographische Platte, mit Schichtseite gegen das Blei, derart befestigt, daß sie mit zwei dort angebrachten Stiften zum Anschlag kam. Während der viertelstündigen Exposition wurde genau darauf geachtet, daß der Brennfleck der Antikathode sich mit dem Mittelpunkt der Fadenkreuze deckte. Nach der Entwicklung und Trocknung wurden die Platten wieder mit den Stiften zum Anschlag gebracht und dann die Stelle der Schwärzung auf dem Bleischirm bezeichnet. Mit dieser Methode konnte die Lage von O und O′ mit einer Genauigkeit von etwa $^1/_{10}$ mm bestimmt werden. Die Richtigkeit der Bohrung wurde durch eine Aufnahme mit Röntgenstrahlen geprüft; eine gleichmäßige kreisrunde Schwärzung auf den bei D_2 und D_2' aufgestellten Platten zeigte, daß wirklich der zentrale Teil des an den Gipskristallen reflektierten Röntgenstrahlbündels von den Öffnungen O und O′ ausgeblendet wurde.

Die Einstellung der hinteren Kristalle: Der Kristall K_2 wurde mit der oben beschriebenen optischen Methode so eingestellt, daß er mit dem ausgeblendeten Interferenzstrahl R_1 ebenfalls einen Winkel von 6,5° bildete, wie der vordere Kristall K_1 mit dem Primärstrahl. Bei dieser Gleichheit der Winkel war zu erwarten, daß ein großer Teil des einfallenden Röntgenstrahls R_1 an der Spaltfläche des Kristalls K_2 reflektiert würde. Der andere Kristall K_2' wurde dem einfallenden Strahl R_1' senkrecht entgegengestellt, um nachzusehen, welche von den bei primären Aufnahmen so zahlreichen Interferenzpunkten bei einer Exposi-

tion mit dem von K_1' reflektierten Strahlenbündel auf der photographischen Platte sichtbar werden würden.

Aufstellung der photographischen Platten: Im Hinblick auf die langen Expositionszeiten erschien es ratsam, statt einer mehrere Platten hintereinander aufzustellen, damit nicht durch ein Zerbrechen der einzigen Platte das ganze Versuchsresultat vernichtet würde. Die Verwendung mehrerer Platten hatte auch noch den weiteren Vorteil, daß sehr geringe Schwärzungen von etwaigen Plattenfehlern sicher unterschieden werden konnten. Deshalb wurden je vier 6×9 cm große Platten, deren doppelt dicke Bromsilberschicht (s. Seite 13) auf extradünnem, nur ½ mm dickem Glas aufgetragen war, aufeinandergelegt und mittels kleiner Korkstückchen in einem mit drei Anschlagstiften versehenen Messingrähmchen festgemacht. Das Ganze wurde zweimal mit schwarzem Papier lichtdicht eingepackt und dann an den Plattenhaltern T bezw. T′ mittels Klammern und Gummiband befestigt. Wurden diese 4 Platten nach dem Entwickeln und Trocknen so aufeinandergelegt, daß ihre Ränder sich deckten, dann addierten sich die Schwärzungen auf den einzelnen Platten; auf diese Weise gelang es, mit ausgeruhtem Auge noch äußerst geringe Schwärzungen zu erkennen, die auf einer einzigen Platte niemals hätten identifiziert werden können.

Resultate.

Nach einer etwa 14stündigen Exposition (= 3200 Milli-Ampère-Minuten) wurden die hinter dem schiefen Gips K_2 aufgestellten Platten abgenommen und nach der auf S. 14 angegebenen Methode entwickelt. Beim Aufeinanderlegen der Platten war außer der sehr starken Schwärzung des durch den hinteren Gips K_2 hindurchgegangenen Strahls R_1 gerade noch der sehr schwache Eindruck des an der Spaltfläche von K_2 reflektierten Strahles R_2 (Fig. 7) erkennbar; von sonstigen Punkten war keine Spur zu sehen. Da auf den primären Aufnahmen der reflektierte Strahl von allen Interferenzpunkten weitaus der intensivste war, ließ sich nicht entscheiden, ob das Resultat, daß nur dieser einzige Punkt auf dem „sekundären" Bild wiederkam, auf Unterexposition zurückzuführen oder ob ihm eine prinzipielle Bedeutung beizulegen war.

Nach weiterer vierstündiger Exposition wurde die Aufnahme des senkrechten Gipses K_2' entwickelt. Bei genauer Betrachtung waren außer dem wieder sehr stark geschwärzten Strahl R_1'

noch 3 sehr schwache Schwärzungseindrücke zu sehen. Um diese zu identifizieren, wurde der Kristall K_2' auf den Kristallträger D_1' aufgesetzt und senkrecht zum Primärstrahl eingestellt; die photographische Platte hatte annähernd denselben Abstand wie bei der Daueraufnahme. Eine Vergleichung ergab zwar, daß die beobachteten Schwärzungen zweifellos als Interferenzpunkte gedeutet werden mußten; jedoch ließ die starke Unterexposition der „sekundären" Aufnahme es nicht angängig erscheinen, aus dem Versuchsergebnis weitere theoretische Schlüsse zu ziehen. Wenngleich diese Aufnahmen an Gipsspaltstücken kein derartiges Resultat geliefert haben, daß das in der Einleitung aufgeworfene Problem nun auf einmal als gelöst betrachtet werden konnte, so war doch dadurch in sichere Aussicht gestellt, daß sich auf dem beschrittenen Weg das erstrebte Ziel erreichen ließ.

§ 4. Versuche mit Steinsalz.

Statt die Versuche mit Gips bei längerer Expositionsdauer zu wiederholen, war es nützlicher, zu einem der regulären Klasse angehörigen Kristall überzugehen, bei dem eine Berechnung der auf dem „sekundären" Bild sichtbaren Punkte sich leichter ausführen ließ. Den auf Seite 15 für die Auswahl des Kristallmaterials aufgestellten Bedingungen schien Steinsalz (NaCl), das bekanntlich sehr vollkommene Spaltbarkeit nach den drei Würfelebenen besitzt, am besten zu entsprechen. Verschiedene Aufnahmen von 1—2 mm dicken Spaltstückchen hatten gezeigt, daß sich 3 Interferenzpunkte durch besonders starke Schwärzung auszeichneten, sobald der Kristall so gedreht war, daß eine der Würfelflächen von dem Primärstrahl unter streifender Inzidenz getroffen wurde. Die Existenz von 3 zu einander senkrechten, gleichwertigen Spaltungsrichtungen erlaubte es, den Kristallen die in Fig. 9 gezeichnete Stellung zu geben; der Primärstrahl verlief in einer Würfelebene (= Zeichenebene der Fig. 9), während er an der Würfelebene b unter streifender Inzidenz $\measuredangle \varphi$ reflektiert wurde. Die Aufstellung, des Spaltstücks fast senkrecht zum Primärstrahl ($\measuredangle \varphi$ = etwa 8°) bedeutete gegenüber der früheren Anordnung der Gipskristalle eine wesentliche Verminderung der Entfernung zwischen K_1 und K_2, sowie zwischen K_2 und G (photographische Platte). Während der Abstand zwischen dem vorderen Kristall K_1 und der photographischen Platte G bei Gips seinerzeit 17 cm betragen hatte, konnte er jetzt auf 7,7 cm herab-

gesetzt werden. Der dadurch erreichte Gewinn an Intensität berechnete sich zu $\frac{1}{(32+17)^2} : \frac{1}{(32+7{,}7)^2} = 1 : 1{,}5$ (die Antikathode war nämlich in beiden Fällen etwa 32 cm von K_1 entfernt.)

Auf die Auswahl tadelloser Kristalle wurde große Sorgfalt verwandt. Es wurden 16 verschiedene Spaltstücke mit Röntgenstrahlen geprüft; bei den meisten waren die Interferenzpunkte von unregelmäßigen Streifungen durchzogen, bei manchen bestand jeder Punkt aus einer Übereinanderlagerung mehrerer punktförmiger Schwärzungen. Daß diese Erscheinungen, die nach Seite 17 zweifellos durch Störungen der Homogenität, etwa durch die beim Aufspalten entstehenden Deformationen, verursacht werden, bei Steinsalz so häufig vorkommen, ist bei der großen Weichheit und Plastizität dieses Kristalls nicht zu verwundern.

Einstellung der vorderen Kristalle: Die frühere Methode mittels eines von vorne durch die Doppelblende gesandten Lichtstrahls den Kristall einzustellen, war hier nicht mehr anwendbar; die Skala hätte nämlich in diesem Fall an dem Platz der Doppelblende aufgestellt werden müssen. Statt dessen wurde folgendes Verfahren benützt: zur Definition der Richtung des Primärstrahls diente der Kanal O_2 der Doppelblende, sowie eine mit Hilfe des Fluoreszenzschirms eingestellte Bleiblende B Fig. 9; durch einen bei Q befindlichen Nernstbrenner wurde dann der Verlauf des Primärstrahls optisch sichtbar gemacht. Hierauf wurde der Kristall aufgesetzt und der Kristallträger solange gedreht, bis der reflektierte Lichtstrahl auf einer bei P senkrecht zur Richtung QK_1 aufgestellten Mattglasskala den gewünschten Abstand d von der Blende B hatte; sei $K_1B = a$ bezeichnet, so gilt (Fig. 9) die Beziehung $d = a \operatorname{tg} 2\varphi$.

Zur Prüfung wurde eine zu K_1 parallele photographische Platte in einer Entfernung von $A = 7{,}7$ cm von K_1 aufgestellt und eine Viertelstunde mit Röntgenstrahlen exponiert. Wird der auf der Platte gemessene Abstand des reflektierten Punktes vom Primärpunkt mit 2 r bezeichnet, so berechnet sich der Winkel φ aus der Gleichung $r = A \cdot \operatorname{tg} \varphi$. Ergab sich eine Abweichung von dem gewünschten Wert, so wurde mit der optischen Einstellung um den entsprechenden Betrag korrigiert und aufs neue durch eine Röntgenaufnahme geprüft.

Bei der endgültigen Aufstellung betrug der Winkel φ
für K_1 9° 03′, für K_1' 8° 40′.

Obgleich jede Verkleinerung des Winkels φ einen Gewinn an Intensität bedeutete, so durfte doch der Wert von φ nicht zu klein gewählt werden, da sonst beim Auftreffen auf den Bleischirm L′M′N′ (Fig. 9) die beiden Strahlen P′ und R′ nicht genügend weit von einander entfernt gewesen wären, so daß ein Teil des primären Strahlenbündels nach Passieren der Blende O′ auf den zweiten Kristall K_2' hätte gelangen können.

Das Justieren der Öffnungen O und O′ in den Bleischirmen LMN und L′M′N′ (in Fig. 9 ist nur letzterer gezeichnet), geschah nach der auf S. 18 beschriebenen photographischen Methode.

Einstellung der hinteren Kristalle: Die Einstellung der hinteren Kristalle K_2 (und K_2') geschah in analoger Weise mit Hilfe eines in die Richtung R geleiteten Lichtstrahls; diese Richtung wurde definiert durch Reflexion des Lichtstrahls QB an der Oberfläche von K_1. Die Genauigkeit der Einstellung wurde etwas beeinträchtigt durch die schlechte optische Reflexion an den von den Lichtstrahlen fast senkrecht getroffenen Steinsalzflächen. Es wurde daher versucht, das primäre Röntgenstrahlbündel genau in die Richtung R bezw. R′ zu leiten, um durch photographische Aufnahmen in gleicher Weise wie bei den vorderen Kristallen die Güte der optischen Einstellung zu verbessern: der Auftreffpunkt des Primärstrahls auf einen der vorderen Kristalle z. B. K_1' (in Fig. 9) wurde mit Hilfe des Fluoreszenzschirms bestimmt und auf dem Kristall bezeichnet. Dann wurde der ganze Kristalltisch aus seinen festgekitteten Unterlagscheiben emporgehoben, auf neue Unterlagscheiben gesetzt und solange gedreht, bis die Beobachtung mittels des Fluoreszenzschirms ergab, daß der Primärstrahl den Kristall K_1' an der bezeichneten Stelle durchdrang und daß von der Blende O′ der zentrale Teil des Strahlenbündels ausgeblendet wurde. Auf diese Weise konnte auch die Forderung realisiert werden, daß die zu Vergleichszwecken notwendigen primären Aufnahmen (s. S. 2) möglichst in derselben Orientierung des Kristalls erhalten werden sollten, wie die sekundären Photogramme. Eine genaue Berechnung der Winkel aus den Photogrammen zeigte jedoch später, daß die dieser Methode anhaftenden Versuchsfehler nicht kleiner waren als die Fehler bei der optischen Einstellung. Bei späteren Versuchen wurde durch Vergrößerung der als Definition für die Richtung R dienenden Strecke $K_1'O'$ (Fig. 9) eine erhebliche Verringerung dieses Versuchsfehlers erzielt.

Der Kristall K_2' wurde so eingestellt, daß er mit dem ausgeblendeten Strahl R′ annähernd denselben Winkel φ bildete, wie K_1' mit dem Primärstrahl P′. Bei dem Kristall K_2 wurde $\sphericalangle \varphi$ absichtlich etwas kleiner gewählt. Die tatsächlichen Werte, wie sie sich aus einer Berechnung der sekundären Photogramme ergaben, betrugen für K_2' 9° 22′ und für K_2 = 7° 01′.

Resultate.

Da die als Strahlungsquelle dienenden, an einer Würfelfläche von K_1 (bezw. K_1') reflektierten Strahlen R bezw. R′ viel intensiver waren als die bei dem früheren Versuch mit Gips benützten Interferenzstrahlen, so wurde schon nach 11stündiger Exposition die Daueraufnahme beendigt und die photographischen Platten entwickelt.

Außer der sehr starken Schwärzung des direkt durch den Kristall gegangenen Strahls R bezw. R′ (Fig. 9) waren auf jeder Platte noch je 2 schwache kreisförmige Schwärzungen I und II und je 9 elliptische Schwärzungsflecken zu beobachten; von den letzteren waren einige sehr stark, während mehrere von ihnen nur beim Aufeinanderlegen der drei Platten erkannt werden konnten. Die kreisförmigen Schwärzungen konnten leicht durch Bestimmung ihrer Lage identifiziert werden: das eine Paar I rührte her von dem Primärstrahl P bezw. P′, der in dem 3 mm dicken Bleischirm LMN bezw. L′M′N′ noch nicht vollkommen absorbiert worden war, während das andere Paar II durch eine Sekundärstrahlung der Ränder der Blendenlöcher O_2 bezw. O_2' (Fig. 9), die durch die Öffnungen O und O′ dringen konnte, verursacht worden war. Durch eine Vergleichung der Platten mit den primären Photogrammen, die nach der eben beschriebenen Methode erhalten wurden, konnten sämtliche elliptische Schwärzungen als echte Interferenzpunkte identifiziert werden. Ein Blick auf die Figuren 15a und 15b, sowie 16a und 16b, die eine graphische Darstellung der auf den photographischen Platten sichtbaren Punkte geben, zeigt sofort, daß das „sekundäre“ Photogramm ausgesprochen „selektiven“ Charakter besitzt und daß also der ausgeblendete Interferenzstrahl unmöglich wesensgleich mit dem Primärstrahl sein kann. Die in der Einleitung unter 1 und 3 diskutierten Annahmen von einer Zerstreuung der Primärstrahlung in kristallographisch ausgezeichneten Richtungen bezw. von einer Eigenstrahlung der den Kristall aufbauenden Atome oder Moleküle sind also auf

Grund dieses Versuchsergebnisses zu verwerfen. Dagegen wird durch den „selektiven" Charakter des Photogramms zunächst qualitativ die Richtigkeit der zuerst von Laue aufgestellten Theorie experimentell bewiesen, daß nämlich die verschiedenen Punkte auf den Photogrammen von verschiedenen im Primärstrahl enthaltenen Wellenlängen herrühren. Im folgenden wird gezeigt werden, daß das experimentelle Resultat aber auch quantitativ bis in die kleinsten Einzelheiten mit dem von der Interferenztheorie geforderten Ergebnis übereinstimmt.

Bevor im Einzelnen der Nachweis geliefert werden wird, daß

1. die auf dem sekundären Photogramm sichtbaren Punkte tatsächlich alle theoretisch möglich sind und daß ferner

2. von allen theoretisch möglichen Punkten auch wirklich kein einziger ausgeblieben ist, wird zunächst die angewandte Berechnungsmethode etwas näher besprochen werden.

Allgemeines über die Berechnung der Photogramme.

Nach den in den Arbeiten von Wulff[1]), W. H. und W. L. Bragg[2]) entwickelten Anschauungen können die Richtungen der von einem Kristall ausgehenden Interferenzstrahlen dadurch gefunden werden, daß man sich das primäre Strahlenbündel an allen möglichen Netzebenen des dem Kristall zu Grunde liegenden Raumgitters reflektiert denkt. Obgleich diese Reflexionsauffassung in mancher Beziehung den physikalischen Tatsachen nicht in dem Maße entspricht wie die Lauesche Theorie, so ist sie doch den folgenden Ausführungen deshalb zu Grunde gelegt worden, weil auf ihr eine sehr einfache graphische Methode der Indizesbestimmung beruht (s. S. 26): es ist nicht nur möglich bei bekannter Orientierung des Kristalls von vorneherein das zu erwartende Photogramm zu konstruieren, sondern auch aus dem erhaltenen Photogramm die genauen Werte der Winkel φ und ϑ, sowie des Plattenabstandes A zu bestimmen; auf diese Weise konnte die ausgesandte Wellenlänge mit großer Genauigkeit (s. § 5) ermittelt werden.

Die Intensität eines jeden reflektierten Bündels ist nach Bragg[3]) umso größer, je dichter die reflektierende Netzebene

[1]) Phys. Zeitschr. 14. 217. 1913.

[2]) Proc. of the Roy. Sc. 88. 428. 1913.

[3]) Vgl. jedoch S. 25.

mit Molekülen bezw. Atomen besetzt ist. Nach einem Satz der Kristallographie ist aber die Flächendichte der Belegung dem Netzebenenabstand d direkt proportional; aus den Millerschen Indizes η_1, η_2, η_3 (= Verhältniszahlen der reziproken Achsenabschnitte), durch welche die betreffende Netzebene kristallographisch definiert wird, berechnet sich d nach der Formel:

$$(1) \qquad d = \frac{a}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}},$$

wobei a die Kantenlänge des Elementarwürfels bedeutet. Die Intensität der Punkte auf den Photogrammen nimmt also zu mit abnehmendem Wert der Wurzel aus $\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2$; tatsächlich liefern Reflexionen an Ebenen mit möglichst niederen Indizes z. B. 010 (Würfel) oder 011 (Dodekaeder) die intensivsten Punkte. H. A. Lorentz zeigte zuerst den Grund dafür, daß Ebenen mit kleinen Indizes so starke „Interferenz-Maxima" geben; es liegt dies nicht direkt an der dichten Besetzung — wie W. L. Bragg vermutete —, sondern an dem geringeren spektralen Auflösungsvermögen solcher Ebenen.[1]) Ein wesentliches Moment liegt ferner darin, daß diese Reflexion an einer Netzebene durchaus als eine s e l e k t i v e bezeichnet werden muß, insofern als von der im Primärstrahl vorhandenen Vielheit von Wellenlängen eine einzige ausgewählt und reflektiert wird. Wird eine Ebene (Netzebenenabstand d) von einem Röntgenstrahlbündel unter dem Winkel ψ getroffen (Winkel ψ = Winkel zwischen Strahl und Normale), so kann sie nur eine Wellenlänge λ (bezw. deren Submultipla) reflektieren, die folgender Beziehung genügt:

$$(2) \qquad n \cdot \lambda = 2d \cdot \cos\psi,$$

wobei n = 1, 2, 3, . . . zu setzen ist. Der für n = 1 aus dieser Formel berechnete Wert wird fernerhin als „Grundwellenlänge" λ_0 bezeichnet werden, ebenso in entsprechender Weise die durch Reflexion zweiter (n = 2) bezw. dritter (n = 3) Ordnung sich ergebenden Werte von $\frac{\lambda_0}{2}$ bezw. $\frac{\lambda_0}{3}$ als erster bezw. zweiter Oberton.

Die in dieser Formel ausgesprochene Forderung, daß jeder Punkt auf dem Photogramm nur von einer einzigen Wellenlänge bezw. deren Obertöne erzeugt wird, läßt sich nun durch Berechnung der primären und sekundären Steinsalzphotogramme

[1]) Vgl. P. Debye, Ann. d. Phys. 43, 85 ff. 1914.

einer quantitativ genauen experimentellen Prüfung unterziehen.

Die Berechnung der Photogramme gliederte sich in zwei Teile:

1. Zunächst wurde für jeden Punkt bestimmt, von welcher Netzebene derselbe durch Reflexion des Primärstrahls erzeugt wird. Die der betreffenden Netzebene entsprechenden Indizes (η_1, η_2, η_3) wurden dann in der Figur bei jedem Punkt angeschrieben.

2. Hierauf wurde für jeden Punkt aus Formel (2) die ihm zukommende Grundwellenlänge berechnet.

1. Das von W. L. Bragg[1]) zur Bestimmung der Indizes angegebene graphische Verfahren beruht auf folgendem Satz: „Der geometrische Ort für alle von „tautozonalen" Ebenen reflektierten Strahlen ist die Mantelfläche eines Kegels, dessen Spitze in dem Punkt liegt, in dem der Kristall vom Primärstrahl getroffen wird, dessen Achse die betreffende Zonenachse bildet und dessen Öffnungswinkel gleich dem Winkel zwischen Primärstrahl und Zonenachse ist." („Tautozonal" heißen bekanntlich die einer kristallographischen Zone angehörenden Ebenen, d. h. solche Ebenen, die sich in parallelen Kanten schneiden; die Richtung dieser parallelen Schnittlinien heißt Zonenachse.) Ist die Orientierung des Kristalls gegenüber dem Primärstrahl und der Abstand der photographischen Platte vom Kristall bekannt, so läßt sich ohne weiteres mit Hilfe dieser graphischen Konstruktion die genaue Lage aller möglichen Interferenzpunkte bestimmen. Die Tatsache, daß von diesen kristallographisch möglichen Punkten selbst bei längerer Exposition nur ein Teil auf den Photogrammen sichtbar ist, ist daraus zu erklären, daß von den für die einzelnen Netzebenen passenden Wellenlängen nur eine beschränkte Anzahl im primären Strahlenbündel in genügender Intensität enthalten ist.[2])

I. Die Art und Weise der Indizesbestimmung möge zunächst an einem einfachen Beispiel noch etwas eingehender behandelt werden: ein Steinsalzspaltstück war so aufgestellt, daß der in einer Würfelebene verlaufende Primärstrahl mit den beiden anderen Würfelebenen Winkel von 17° (= $\measuredangle \varphi$ in Fig. 10) bezw. 73° bildete. Denken wir uns ein im Kristall festes Koordinaten-

[1]) Proc. of the Roy. Sc. 89. 248. 1913.

[2]) Vgl. § 9 Energieverteilung.

system, dessen drei Achsen den drei Würfelkanten parallel gehen, so ist aus Fig. 10 ersichtlich, daß nur der Zonenkegel, dessen Achse die X-Achse ist, von einer parallel zum Kristall aufgestellten photographischen Platte in einer Kreisfigur geschnitten wird. Nach dem Vorgang von W. L. Bragg sind jedoch unter Benützung einer stereographischen Projektion auch die übrigen Kegelschnitte in den Figuren als Kreise gezeichnet worden. Die genaue Bestimmung der Lage der Interferenzpunkte durch Konstruktion der Ellipsen wird später noch ausführlich besprochen werden. (S. § 8.)

Von den vielen möglichen Zonenachsen (h k l) genügt es, die in der XY-Ebene und XZ-Ebene liegenden, deren Symbole von der Form (h k o) bezw. (h o l) sind, zu zeichnen. Da durch die Indizes das Verhältnis der Koordinaten jedes auf der betreffenden Zonenachse gelegenen Punktes gegeben ist, so hat der Punkt M_1 (Fig. 10), in dem z. B. die Zonenachse (210) die von dem Kristall K um A cm entfernte photographische Platte G trifft, von M_0 (Treffpunkt der X-Achse) einen Abstand $= \frac{A}{2}$ (gemessen in Richtung der Y-Achse). Indem man in den Ausdruck $\frac{k}{h} \cdot A$ für k und h der Reihe nach die einfachsten ganzen Zahlen einsetzt, erhält man die Schnittpunkte der übrigen in der XY-Ebene liegenden Zonenachsen: z. B. ist in Figur 10

$M_0M_2 = \frac{2}{5}A$, also M_2 der Schnittpunkt von der Zonenachse 530,
$M_0M_3 = \frac{2}{3}A$, also M_3 „ „ „ „ „ 320,
$M_0M_4 = A$, also M_4 „ „ „ „ „ 110.

In ähnlicher Weise findet man die auf der Z-Achse liegenden Schnittpunkte der in der XZ-Ebene verlaufenden Zonenachsen. In Fig. 11, deren Zeichenebene der Ebene der photographischen Platte entspricht, bedeutet M_0 wieder den Treffpunkt der X-Achse und P den Durchstoßpunkt des Primärstrahls; die Entfernung PM_0 ist aus Fig. 10 ersichtlich $r = A \cdot \operatorname{tg} \varphi$.

Den um M_0 mit Radius r beschriebenen Kreis (Fig. 11 u. 12) wollen wir fernerhin als „Hauptkreis“ bezeichnen, da er der wichtigen Zone (100) entspricht und bei den meisten Aufnahmen die weitaus intensivsten Interferenzpunkte enthält. Ein Blick auf Fig. 11 zeigt, daß außer den auf dem Hauptkreis gelegenen Punkten sämtliche Punkte bestimmt sind, als Schnitt von zwei Zonenkreisen, deren Mittelpunkte auf der Y- bezw. Z-Achse

liegen und die alle durch P zu ziehen sind (entsprechend dem auf Seite 26 angeführten Satz). Die dem Schnittpunkt zukommenden Indizes (η_1, η_2, η_3) berechnen sich aus den Symbolen

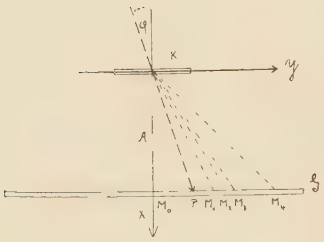


Fig. 10.

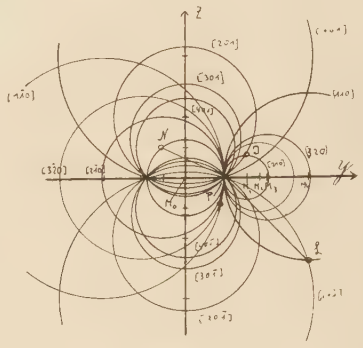


Fig. 11.

(h k l) bezw. (h′, k′, l′) der beiden Zonenkreise nach den bekannten kristallographischen Formeln über die Bestimmung einer Kristallebene durch ihre Zugehörigkeit zu zwei Zonen; es ist nämlich

$$\begin{aligned} \eta_1 &= k\,l' - l\,k' \\ \eta_2 &= l\,h' - h\,l' \\ \eta_3 &= h\,k' - k\,h' \end{aligned} \qquad (3)$$

z. B. Punkt J erhält als Schnitt der Zonenkreise (210) und (201) die Indizes

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 1 - 0 = 1 \\ \eta_2 &= 0 - 2 = -2 \\ \eta_3 &= 0 - 2 = -2 \end{aligned}$$

also lautet sein Symbol $(1\bar{2}\bar{2})$ oder gleichbedeutend damit $(\bar{1}22)$.

Zur Bestimmung der Punkte auf dem Hauptkreis dient folgende zuerst von Wulff[1]) angegebene Konstruktion: alle diesem Zonenkreis angehörenden Netzebenen stehen senkrecht auf der YZ-Ebene; zieht man durch M_0 eine Anzahl Gerade von solcher Richtung, daß ihre Achsenabschnitte in sehr einfachen Zahlenverhältnissen zu einander stehen, so erhält man damit direkt die Spuren der wichtigsten Netzebenen. Das Lot von P auf diese Spuren schneidet den Hauptkreis in den gesuchten Interferenzpunkten. Da die Achsenabschnitte der Ebenennormalen den Indizes direkt proportional sind, (aller-

[1]) Physikalische Zeitschr. 14. No. 6 und 16. 1913.

dings mit Ausnahme des Vorzeichens), genügt es bei der Konstruktion unter Weglassung der Spuren durch P alle möglichen Richtungsgeraden mit einfachen Achsenverhältnissen zu zeichnen. Bei der Vorzeichenbestimmung der Indizes ist darauf zu achten, daß die Indizes definiert sind als Verhältniszahlen der reziproken Achsenabschnitte der Spuren, z. B. liefert die Richtungsgerade (y: z = 2: 1) den Punkt $02\bar{1}$, da die Spur die Achsenabschnitte (y: z = $\bar{1}$: 2) hat; (in Fig. 11 mit N bezeichnet). Diese Methode der Richtungsgeraden kann auch auf die übrigen Punkte angewandt werden; für die praktische Anwendung hat sich eine Kombination dieser Methode mit der der Zonenkreise als sehr

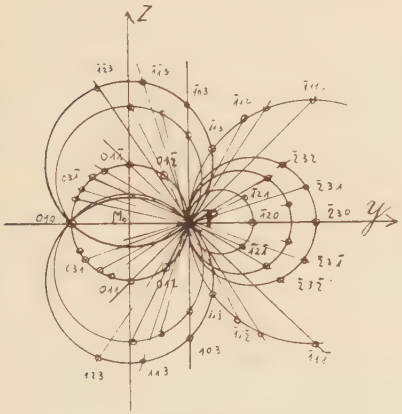


Fig. 12.

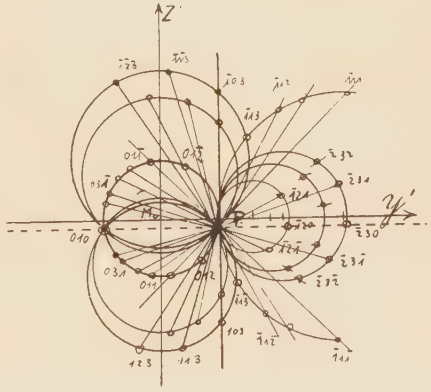


Fig. 13.

nützlich erwiesen: es werden nur die wichtigsten Zonenkreise gezeichnet (da durch die Zeichnung sämtlicher Zonenkreise die Übersichtlichkeit der Figur stark beeinträchtigt wird) und dann werden auf ihnen durch Ziehen der Richtungsgeraden durch P die betreffenden Punkte bestimmt. Z. B. liegt Punkt L (Fig. 11) auf dem Zonenkreis (110). Seine Indizes (η_1, η_2, η_3) können lauten ($\bar{1}1$ m), wobei m noch jede ganze Zahl sein kann. Da die Richtungsgerade, auf der L liegt, die Achsenabschnitte y: z = 1: $\bar{1}$ hat, so muß noch dem oben Gesagten η_2: η_3 = 1: $\bar{1}$ sein; somit ergeben sich die gesuchten Indizes zu ($\bar{1}1\bar{1}$).

Fig. 12 zeigt die Konstruktion der wichtigeren Punkte in $^3/_4$ natürlicher Größe (Winkel φ = 17°, Plattenabstand A = 32 mm). Die Tatsache, daß die Einfallsebene eine Symmetrieebene des Kristalls ist, bewirkt, daß mit Ausnahme der der Y-Achse ange-

hörenden Punkte immer 2 gleichwertige zu dieser Achse symmetrisch gelegene Punkte auftreten.

II. Wir wollen nun zu dem Fall übergehen, wo der Primärstrahl nicht mehr in einer Würfelebene verläuft; die eben erwähnte Symmetrie der Photogramme ist dann nicht mehr vorhanden (Fig. 13). Dieser Fall läßt sich dadurch realisieren, daß der in Fig. 10 gezeichnete Kristall um die nunmehr „raumfest" gedachte Y-Achse um einen Winkel δ gedreht wird; eine derartige Drehung um die Y-Achse soll fernerhin kurz als „Neigung" bezeichnet werden. Fig. 14 zeigt eine Seitenansicht des dem

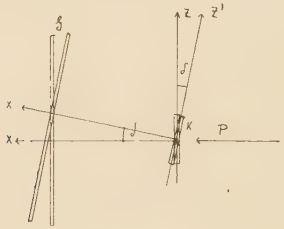


Fig. 14.

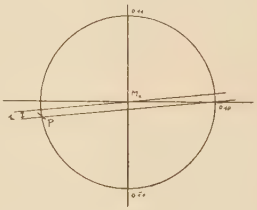


Fig. 14 a.

Primärstrahl entgegengeneigten Kristalls. Im Fall I (ohne Neigung) betrugen die Richtungskosinus des Primärstrahls mit der Y-, X-, Z-Achse

$\cos(Px) = \alpha_0 = \cos\varphi$, $\cos(Py) = \beta_0 = \sin\varphi$, $\cos(Pz) = \gamma_0 = 0$. (4 a)

Im Fall II benützen wir als Koordinatensystem (X′,Y′,Z′) wieder die drei Würfelkanten des nunmehr „geneigten" Kristalls. Die Richtungskosinus des Primärstrahls gegenüber diesen Achsen berechnen sich aus der Formel:

$$\alpha_0' = \cos(Px') = \cos(Px)\cos(xx') + \cos(Py)\cos(yx') + \cos(Pz)\cos(zx').$$

$$\beta_0' = \cos(Py') = \cos(Px)\cos(xy') + \cos(Py)\cos(yy') + \cos(Pz)\cos(zy').$$

$$\gamma_0' = \cos(Pz') = \cos(Px)\cos(xz') + \cos(Py)\cos(yz') + \cos(Pz)\cos(zz').$$

mit Hilfe des Schemas

Richtungskosinus zwischen	x′	y′	z′
x	$\cos\delta$	0	$-\sin\delta$
y	0	1	0
z	$\sin\delta$	0	$\cos\delta$

Es ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0' &= \cos\varphi\cos\delta \\ \beta_0' &= \sin\varphi \\ \gamma_0' &= -\cos\varphi\sin\delta. \end{aligned}\right\} \qquad (4b)$$

Auf einer zum Kristall parallel im Abstand A aufgestellten photographischen Platte hat der Primärpunkt P die Koordinaten

$$\left.\begin{aligned} y' &= \frac{A}{\alpha_0'}\beta_0' = \frac{A\sin\varphi}{\cos\varphi\cos\delta} = \frac{A\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\delta}, \\ z' &= \frac{A}{\alpha_0'}\gamma_0' = -\frac{A\cos\varphi\sin\delta}{\cos\varphi\cos\delta} = -A\,\mathrm{tg}\,\delta. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Die verschiedenen Kreismittelpunkte liegen nach wie vor auf den Spuren der Würfelflächen, d. h. auf der Y′- und Z′-Achse; dagegen liegt der Primärpunkt nicht mehr wie früher auf einer solchen Würfelebenenspur, sondern er hat eine Senkung in vertikaler Richtung um den Betrag $h = A \cdot \mathrm{tg}\,\delta$ erfahren. Die Verbindungslinien des Primärpunkts P mit (010) auf den Photogrammen ist jetzt nicht mehr ein Durchmesser des Hauptkreises (Fig. 13). Auch der Radius r des Hauptkreises hat sich gegenüber I (S. 27) um einen geringen Betrag geändert. Sei der Winkel zwischen X-Achse und Primärstrahl P mit χ bezeichnet, dann ist $r = A \cdot \mathrm{tg}\,\chi$; χ berechnet sich aus Gleichung 4 (da $\cos\chi = \alpha_0'$ ist)

$$\text{zu } \cos\chi = \cos\varphi\cos\delta.$$

Um also eine solche Figur mit Neigung zu konstruieren, hat man ein rechtwinkeliges Achsenkreuz zu zeichnen und einen Punkt P mit den aus Gleichung (5) berechneten Koordinaten einzutragen. Hierauf werden auf den Achsen vom Koordinatenmittelpunkt aus die Entfernungen $\frac{k}{h} \cdot A$ (S. 27) abgetragen, um die Mittelpunkte der Zonenkreise zu finden. Die Kreise sind dann wieder so zu beschreiben, daß sie alle durch P gehen.

Der Unterschied zwischen einer „symmetrischen" Aufnahme und einer „geneigten" Aufnahme ist klar ersichtlich aus den beiden Photogrammen[1]) Nr. 3 und Nr. 4 auf Tafel II.

Der Einfluß einer sehr geringen Neigung äußert sich am stärksten bei einer Vergleichung der Abstände der Punkte $(01\bar{2})$ und (012) vom Primärpunkt.

[1]) Die elliptische Gestalt des „Hauptkreises" rührt davon her, daß bei diesen Aufnahmen die photographische Platte senkrecht zum Primärstrahl aufgestellt war.

2. Sind einmal die Indizes für alle Punkte bestimmt, so ist zunächst der Reflexionswinkel ψ (= Winkel zwischen Strahl und Normale) an den einzelnen Netzebenen (η_1, η_2, η_3) zu berechnen: Aus den Indizes der Ebenen ergeben sich folgende Werte für die Richtungskosinus der Ebenennormalen mit den Achsen:

$$\alpha = \frac{\eta_1}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}, \quad \beta = \frac{\eta_2}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}, \tag{6}$$

$$\gamma = \frac{\eta_3}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}.$$

Sind $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ die Richtungskosinus des Primärstrahls, so liefert eine Formel der analytischen Geometrie für den Reflexionswinkel ψ den Wert

$$\cos\psi = \alpha\bar{\alpha} + \beta\bar{\beta} + \gamma\bar{\gamma} = \frac{\bar{\alpha}\eta_1 + \bar{\beta}\eta_2 + \bar{\gamma}\eta_3}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}. \tag{7}$$

Da nach S. 25 der Netzebenenabstand für eine Ebene (η_1, η_2, η_3)

$$d = \frac{a}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}$$

beträgt, so erhält man durch Einsetzen dieser Werte in Gleichung (2) auf Seite 25 die jedem Punkt zukommende Grundwellenlänge für $n = 1$ aus

$$\lambda_0 = \frac{\bar{\alpha}\eta_1 + \bar{\beta}\eta_2 + \bar{\gamma}\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a. \tag{8}$$

eine Gleichung, die auch unmittelbar aus den Laueschen Formeln folgt.

Werden für $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ die entsprechenden Werte von φ und δ aus Gleichung (4) eingesetzt, so ergibt sich

Im Fall I

$$\lambda_0 = \frac{\cos\varphi\,\eta_1 + \sin\varphi \cdot \eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a. \tag{9}$$

Das Fehlen des 3. Index im Zähler bewirkt, daß Punkte, die sich nur durch den dritten Index unterscheiden, dieselbe Wellenlänge besitzen; das sind aber gerade die zur Y-Achse symmetrisch gelegenen Punkte.

Im Fall II ergibt sich

$$\lambda_0 = \frac{\cos\varphi\,\cos\delta\,\eta_1 + \sin\varphi\,\eta_2 - \cos\varphi\,\sin\delta\,\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a. \tag{10}$$

Die zur Y-Achse symmetrisch gelegenen Punkte z. B. $\overline{1}21$ und $\overline{1}2\overline{1}$ haben also einen Wellenlängenunterschied von

$$\Delta\lambda_0 = \frac{2\cos\varphi\sin\delta\eta_3}{\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2}\cdot 2a. \tag{11}$$

Da $\Delta\lambda_0$ dem 3. Index direkt proportional ist und da im allgemeinen die Punkte, deren Richtungsgerade mit der Z-Achse geringe Winkel bilden, einen relativ großen 3. Index besitzen, so werden sich bei ihnen auf den „sekundären" Photogrammen derartige Verschiedenheiten in der Wellenlänge bei geringer Neigung am ehesten bemerkbar machen; auf Fig. 15b ist z. B. $1\overline{2}2$ außerordentlich deutlich zu sehen, während $12\overline{2}$ vollständig fehlt; $1\overline{1}3$ ist wesentlich stärker als $11\overline{3}$. Aus der Formel für $\Delta\lambda_0$ ist ersichtlich, daß auch diejenigen Punkte, für die die Summe $\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2$ einen sehr kleinen Wert besitzt, auf derartige Neigungseinflüsse sehr stark reagieren müssen, z. B. 011 und $01\overline{1}$, deren Intensitäten schon bei der Primäraufnahme (Fig. 15a) sich wesentlich unterscheiden.

Quantitative Auswertung der Steinsalzaufnahmen.

Die Bestimmung der drei zur Konstruktion der Photogramme nötigen Größen 1) Plattenabstand A, 2) Winkel der „Drehung" φ, 3) Winkel der „Neigung" δ geschah in folgender Weise:

1. Nach Beendigung der Daueraufnahme wurde vor der Abnahme der Platten mit einer Schublehre der Abstand A zwischen Kristall und der vordersten der photographischen Platten auf das genaueste gemessen.

2. Unter Benützung dieses Wertes A wurde aus dem auf der Platte gemessenen Radius r des Hauptkreises der Winkel φ berechnet. (Nach S. 27 gilt die Beziehung $\operatorname{tg}\varphi = \frac{r}{A}$.) Die geringe Neigungs-Assymmetrie der Photogramme, die zwar bei der Wellenlängenberechnung sehr wohl zu beachten ist, darf bei Berechnung von r (vgl. S. 31) vernachlässigt werden, da sie von der Größenordnung des Meßfehlers ist.

3. Der sehr geringe Neigungswinkel δ wurde mit Hilfe einer kleinen Konstruktion gefunden, indem zunächst die Senkung des Primärpunkts unter die Y-Achse, die nach S. 31 $h = A\operatorname{tg}\delta$ beträgt, ermittelt wurde. Auf der Platte wurden die Abstände von $01\overline{1}$ bezw. 011 von P möglichst genau gemessen

und hierauf mit 10fachem Radius r ein Kreis gezeichnet, auf dessen Peripherie willkürlich drei Punkte auf 2 zu einander senkrechten Durchmessern angenommen wurden. In Fig. 14a (S. 30) ist dieser Kreis gezeichnet für den Fall des in Fig. 16b dargestellten Photogramms: die drei Punkte sind hier mit 011, 010, 01$\bar{1}$ bezeichnet; 2 um 011 bezw. 01$\bar{1}$ als Mittelpunkte beschriebene Kreise, deren Radien gleich der zehnfachen Entfernung

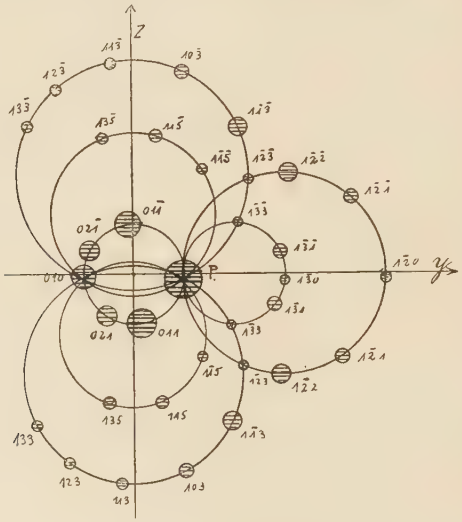


Fig. 15 a. Primäres Photogramm.

der Punkte 011 bezw. 01$\bar{1}$ von P auf der photographischen Platte sind, schneiden sich auf der Peripherie dieses Kreises in dem mit P (Fig. 14a) bezeichneten Punkt. Der senkrechte Abstand zwischen der Verbindungslinie von P mit 010 und dem zu ihr parallelen Durchmesser ist ersichtlich = h. Aus h = 3 mm (Fig. 14a ist $^1/_3$ verkleinert) berechnet sich bei einem Plattenabstand A = 28 mm

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{0{,}3}{28} = 0{,}011;$$

(die 10fache Vergrößerung von r wurde gewählt, um die Konstruktionsgenauigkeit zu erhöhen).

Erster Steinsalzversuch.

Zunächst möge die in Fig. 15a und 15b dargestellte Aufnahme behandelt werden, wo der vordere (K_1') und der hintere

Kristall K_2' dem einfallenden Strahl gegenüber annähernd gleich orientiert waren. Die aus den Platten ermittelten Daten betrugen für K_2':

$$A = 30 \text{ mm} \qquad 2r = 9{,}9 \text{ mm} \qquad \text{hieraus } \varphi = 9^0\,22'.$$

Mit Hilfe der obigen Konstruktion ergab sich $\operatorname{tg} \delta = 0{,}01$ somit $\delta = 35'$. Unter Benützung dieser Werte wurden nach dem auf Seite 27 ff. erwähnten graphischen Verfahren die Indizes

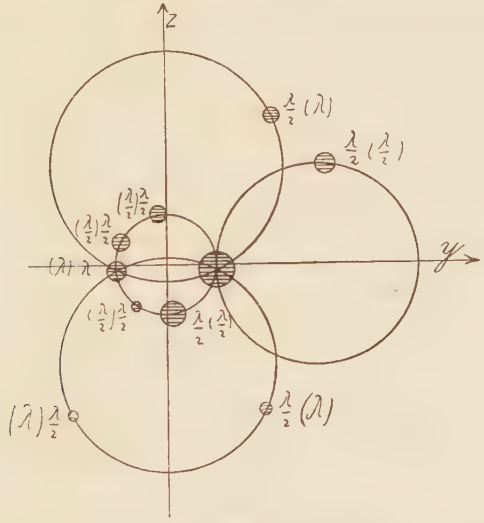


Fig. 15b. Sekundäres Photogramm.

ermittelt, welche in Fig. 15a und 15b den betreffenden Punkten beigeschrieben sind. Hierauf wurde aus der Formel (10)

$$n\lambda = \frac{\cos\varphi\cos\delta\eta_1 + \sin\varphi\eta_2 - \cos\varphi\sin\delta\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a$$

die jedem Punkt (η_1, η_2, η_3) für $n = 1$ zukommende Grundwellenlänge berechnet, d. h. diejenige Wellenlänge, welche durch Reflexion 1. Ordnung an der Netzebene (η_1, η_2, η_3) den betreffenden Punkt liefert. Die mit 1000 multiplizierten Werte von $\frac{\lambda}{2a}$, ausgerechnet für die auf dem sekundären Photogramm (Fig. 15b) sichtbaren Punkte, sind in folgender Tabelle zusammengestellt, wobei a die Kantenlänge des Elementarwürfels eines einfachen kubischen Raumgitters bedeutet:

Tabelle I.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. $1\bar{2}2$	75,9
133	75,95
$1\bar{1}3$	77,75
$1\bar{1}3$	72,25
B. 011	76,0
010	162,0
$02\bar{1}$	66,8
$01\bar{1}$	86,0
021	62,8

Ein Blick auf Tabelle I zeigt, daß alle Wellenlängen sich gruppieren um zwei charakteristische Werte, die im Verhältnis 1 : 2 stehen, nämlich um etwa 75,5 und 151. Die vom vorderen Kristall K_1' ausgesandte Wellenlänge λ_0 kann in derselben Einheit (2a) ausgedrückt werden, da ja beide Kristalle dasselbe Raumgitter besitzen. Nach der Seite 21 angegebenen Orientierung von K_1' ergibt sich

$$\lambda_0 = \sin 8^0 40' \cdot 2a = 0{,}151 \cdot 2a,$$

d. h. nach Multiplikation mit 1000

$$\text{für } n = 1 \qquad \lambda_0 \cdot 10^3 = 151 \cdot 2a$$

$$\text{für } n = 2 \qquad \frac{\lambda_0}{2} \cdot 10^3 = 75{,}5 \cdot 2a$$

Dies sind aber genau die charakteristischen Werte von oben.

Das Prinzip der „Selektivität" des sekundären Photogramms beruht also darauf, daß nur die Punkte sichtbar sind, die nahezu mit der ausgesandten Wellenlänge λ_0 bezw. $\frac{\lambda_0}{2}$ deren erstem Oberton übereinstimmen. Im Anschluß daran erhebt sich sofort die Frage: Wie genau muß die Übereinstimmung mit λ_0 bezw. $\frac{\lambda_0}{2}$ sein, damit der betreffende Punkt auf dem sekundären Photogramm erscheint? Zur Beantwortung dieser Frage berechnen wir die prozentuale Abweichung der dem einzelnen Punkt zukommenden Grundwellenlänge von den Werten für λ_0 bezw. $\frac{\lambda_0}{2}$.

Tabelle II.

Index	Abweichung in %
A. $1\bar{2}\bar{2}$	0,5% von $\frac{\lambda_0}{2}$
133	0,5% „ „
$1\bar{1}\bar{3}$	3% „ „
$11\bar{3}$	4,3% „ „
B. 011	0,7% „ „
010	7,3% „ λ_0
$02\bar{1}$	11,5% „ $\frac{\lambda_0}{2}$
011	13,9% „ „
021	16,8% „ „

Die berechneten Abweichungen stimmen mit dem experimentellen Befund sehr gut überein. Aus Fig. 15b, in der die Schwärzungsverhältnisse der einzelnen Punkte auf der photographischen Platte durch verschieden große Kreise dargestellt sind, ist ersichtlich, daß z. B. $1\bar{1}\bar{3}$ (Abweichung 4,3%) nicht so stark geschwärzt ist als $1\bar{1}3$ (Abweichung 3%); ferner muß der sehr intensive Punkt $1\bar{2}\bar{2}$ sich nur wenig von $\frac{\lambda_0}{2}$ unterscheiden, was tatsächlich durch die Rechnung in Tabelle II bestätigt wird. Vor einer weiteren Diskussion der in Tabelle II enthaltenen Resultate möge zunächst noch für alle übrigen, auf der primären Aufnahme bei mäßig langer Expositionszeit sichtbaren Punkte die Grundwellenlänge berechnet und in folgender Tabelle zusammengestellt werden:

Tabelle III.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
$1\bar{3}0$	50,1	$10\bar{3}$	101,7
$1\bar{3}\bar{1}$	46,45	113	101,75
$1\bar{3}1$	44,6	$11\bar{3}$	107,15
$1\bar{3}\bar{3}$	27,95	123	91,5
$1\bar{3}3$	24,75	$12\bar{3}$	95,8
$1\bar{2}0$	132,6	$13\bar{3}$	79,1
$1\bar{2}\bar{1}$	112,2	115	40,7
$1\bar{2}1$	108,8	$11\bar{5}$	44,4
$1\bar{2}\bar{2}$	71,4	135	40,65
$1\bar{2}\bar{3}$	49,5	$13\bar{5}$	43,50
$1\bar{2}3$	45,2	$1\bar{1}\bar{5}$	32,4
103	95,7	$1\bar{1}5$	28,7

Divergenzeinfluss: Diejenigen Punkte in Tabelle III, die sich den charakteristischen Werten am meisten nähern, sind $1\bar{2}2$ und $13\bar{3}$. Ihre Abweichung von $\frac{\lambda_0}{2}$ beträgt 5,3% bezw. 4,8%; sie ist also größer als die der sämtlichen in Tabelle II A zusammengestellten Punkte. Daß die in Tabelle II B enthaltenen Punkte trotz relativ sehr großer Abweichungen doch schwach auf dem sekundären Photogramm sichtbar wurden, erscheint zunächst sehr merkwürdig. Ein Blick auf das Photogramm No. 2 Tafel I zeigt jedoch, von welch überragender Intensität die Punkte 010, 011, $01\bar{1}$, 021, $02\bar{1}$ schon auf der primären Aufnahme sind; ferner ist zu bemerken, daß der Punkt 133, der auf Photogramm No. 2 nur schwach sichtbar ist, auf dem sekundären Photogramm ebensogut zu sehen ist wie 021. Man wird daraus den Schluß ziehen, daß bei monochromatischem Röntgenlicht die Intensität der Interferenzstrahlen umso größer ist, je niedriger die Indizes der entsprechenden Netzebenen sind. Derartige Erscheinungen sind in einer während der Ausführung dieser Versuche erschienenen theoretischen Arbeit von P. Debye[1]) auf folgende Weise erklärt worden:

1. Infolge der Wärmebewegung ist jeder Interferenzstrahl geschwächt um den Betrag $e^{-c \cdot s}$, wobei s = Indexquadratsumme ist (Debye).

2. Das spektrale Auflösungsvermögen der einzelnen Netzebenen ist nicht gleich, sondern verhält sich umgekehrt, wie die Indexquadratsumme s. (Lorentz).

Auch bei den späteren Aufnahmen nehmen die Punkte der Abteilung B immer eine Ausnahmestellung ein, insofern sie bei relativ großen Abweichungen immer noch schwach auf dem sekundären Photogramm erscheinen, während sich für alle übrigen Punkte eine bestimmte obere Grenze der Abweichung angeben läßt, etwa ± 4½%, jenseits deren die Punkte nicht mehr erscheinen. Der Wert von 4½% deckt sich annähernd mit dem Divergenzbereich des benützten Röntgenstrahlbündels, wie er sich unter Annahme eines 3 mm großen Brennflecks aus den Dimensionen der Blenden und aus dem Abstand der Antikathode von den Blenden ergibt. Eine Berechnung des Brennflecks aus den bei den Fadenkreuzaufnahmen (siehe S. 8) erhaltenen Ellipsen liefert einen etwas größeren Wert für den

[1]) Ann. d. Phys. 43. 85. 1914.

Brennfleckdurchmesser; aus der Schwärzungsverteilung in den Ellipsen ist ersichtlich, daß die Ränder des Brennflecks lange nicht so stark strahlen wie der zentrale Teil. Auf die Wirkung derartig peripherer Strahlen von relativ geringer Intensität ist wahrscheinlich das Erscheinen der Punkte $01\bar{1}$ und 021 zurückzuführen.

Unter Vorwegnahme der Resultate der folgenden Versuche läßt sich über den Divergenzeinfluß folgender Erfahrungssatz aussprechen: „Punkte, deren Indexquadratsumme größer als 5 ist, erscheinen bei der benützten Versuchsanordnung und einer Expositionszeit von etwa 20 Stunden nur dann auf dem sekundären Photogramm, wenn ihre Abweichungen von der ausgesandten Wellenlänge, bezw. deren Obertöne höchstens 4,5 % betragen.“[1])

Während bisher aus Intensitätsgründen die Kristalle so orientiert worden waren, daß einige von wichtigen Kristallebenen herrührende Punkte außerordentlich große Intensität besaßen — denn von vorneherein konnte nicht erwartet werden, daß auch primär sehr schwache Punkte auf dem sekundären Bild gut erscheinen würden — schien es für die Folge nützlicher zu sein, die Kristalle derartig aufzustellen, daß möglichst viele Punkte eine mittlere Schwärzung zeigten.

Zweiter Steinsalzversuch.

Aus den auf bekannte Weise ermittelten Daten

$A = 28$ mm $\quad 2r = 6{,}9$ mm, somit $\varphi = 7^0\,01'$,

und $\varepsilon = 40'$ ergeben sich folgende Werte der Grundwellenlängen für die auf dem sekundären Photogramm (Fig. 16b) sichtbaren Punkte:

Tabelle IV.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. 122	80,7	B. 011	66,5
113	76,1	$0\bar{1}1$	55,5
$11\bar{3}$	82,1	010	122,0
355	39,15		
$1\bar{1}5$	39,20		
$13\bar{5}$	40,35		

[1]) Die Punkte 010, 011 usw. sind auf den Photogrammen dem Primärpunkt am nächsten gelegen. Das durch einen konstanten Divergenzwinkel $d\varphi$ der einfallenden Strahlen bedingte Wellenlängenintervall $\frac{d\lambda}{\lambda} = \operatorname{ctg}\varphi \cdot d\varphi$ ist bei ihnen daher relativ am größten; insofern ist die Grenze der Klassen A

Aus dem auf S. 21 angegebenen Wert des Winkels φ für den strahlenden Kristall berechnet sich die ausgesandte Wellenlänge aus

$$n\,\lambda = 2a \sin 9^0\,03' \quad \text{zu}$$

$\lambda_0 = 157 \cdot 2a \cdot 10^{-3}$ (Grundton) für n = 1.

$\frac{\lambda_0}{2} = 78{,}5$ „ „ (1. Oberton) für n = 2.

$\frac{\lambda_0}{3} = 52{,}3$ „ „ (2. Oberton) für n = 3.

$\frac{\lambda_0}{4} = 39{,}25$ „ „ (3. Oberton) für n = 4.

In Tabelle IV finden sich Vertreter für den 1. Oberton (78,5) und den 3. Oberton (39,25), während der äußerst schwache Punkt 010 zweifellos durch den Grundton erzeugt worden ist.

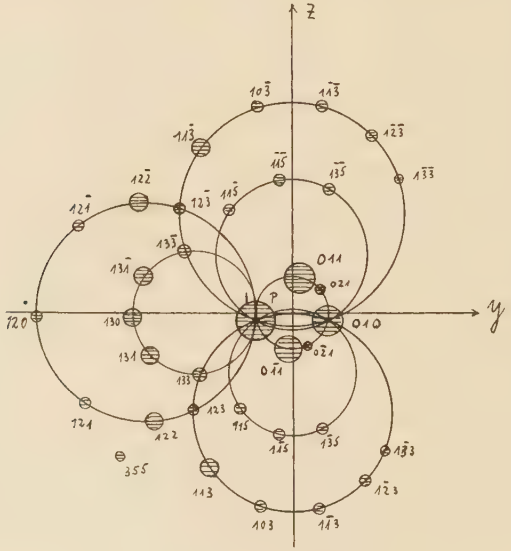


Fig. 16 a: Primäres Photogramm.

Als Gegenstück folgt Tabelle V, welche die übrigen, auf der primären Aufnahme Fig. 16a sichtbaren Punkte mit ihren Grundwellenlängen enthält:

und B wesentlich abhängig von der Orientierung des Kristalls. Die Wahl von 5 als Grenze ist bis zu einem gewissen Grad willkürlich, da der Übergang von A nach B natürlicherweise ein kontinuierlicher ist.

Tabelle V.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
021	51,0	103	95,9
$0\bar{2}1$	46,6	$10\bar{3}$	102,5
130	62,6	$11\bar{3}$	98,25
131	55,9	$\bar{1}1\bar{3}$	104,25
$13\bar{1}$	57,9	$12\bar{3}$	86,0
133	31,25	$1\bar{2}\bar{3}$	90,6
$13\bar{3}$	34,65	$\bar{1}3\bar{3}$	69,75
120	149,6	$1\bar{3}\bar{3}$	73,20
121	122,9	$11\bar{5}$	43,30
$12\bar{1}$	126,5	$\bar{1}3\bar{5}$	37,25
$12\bar{2}$	85,5	115	30,2
123	51,1	$\bar{1}1\bar{5}$	34,2
$12\bar{3}$	55,7		

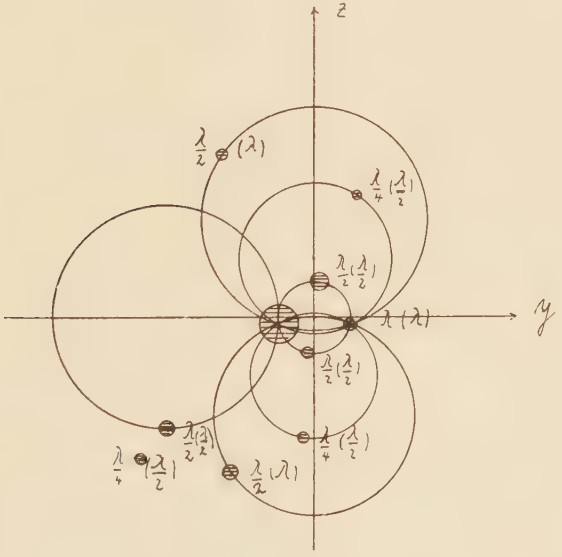


Fig. 16 b. Sekundäres Photogramm.

Von diesen Punkten zeigen folgende die geringste Abweichung von den charakteristischen Werten λ_0, $\frac{\lambda_0}{2}$ u. s. f.:

120	4,7% von λ_0
133	6,8% von $\frac{\lambda_0}{2}$

123	2,3% von $\frac{\lambda_0}{3}$
$1\bar{3}5$	5,1% von $\frac{\lambda_0}{4}$

Dieses Ergebnis steht mit dem auf S. 39 ausgesprochenen Erfahrungssatz über den Divergenzeinfluß durchaus im Einklang: 120, dessen Indexquadratsumme gleich 5 ist, hätte zwar nach diesem Satz trotz einer Divergenz von 4,7% noch erscheinen können; jedoch ist zu berücksichtigen, daß derselbe Punkt auch auf der primären Aufnahme sehr schwach war (siehe Fig. 16a). Eine Erklärung ist wohl darin zu suchen, daß die lange Wellenlänge des Interferenzstrahls 120, der einen besonders großen Weg zurückzulegen hat, durch Absorption stärker geschwächt wird als die sonst im Photogramm vorherrschenden kurzen Wellenlängen. Ferner ist von vornherein zu erwarten, daß der zweite Oberton $\frac{\lambda_0}{3}$ wesentlich schwächer sein wird als der erste Oberton $\frac{\lambda_0}{2}$; das Ausbleiben des Punktes 123 mit 2,3% Abweichung erscheint daher nicht auffallend. Dann ist jedoch zu erwarten, daß die auf dem sekundären Photogramm erschienenen Vertreter des dritten Obertons $\frac{\lambda_0}{4}$ jedenfalls eine wesentlich geringere Abweichung als 2,3% aufweisen. Tabelle VI lehrt jedoch, daß dies nicht durchweg der Fall ist.

Tabelle VI.

Index	Abweichung in % von
122	2,8% von $\frac{\lambda_0}{2}$
113	3% von „
$1\bar{1}3$	4,5% von „
355	0,2% von $\frac{\lambda_0}{4}$
$11\bar{5}$	0,1% von „
$1\bar{3}5$	2,8% von „

Fig. 16b zeigt zunächst, daß die berechneten Abweichungen in guter Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen Schwärzungsverhältnissen stehen; man vergleiche z. B. 113 mit 3% und 113 mit 4,5%. Die allerdings schwache Sichtbarkeit

der Punkte 011 und 010 trotz relativ großer Divergenzen bestätigt das auf S. 38 über ihre Sonderstellung Gesagte.

Es bleibt noch die befremdende Tatsache zu erklären, daß der dritte Oberton $\frac{\lambda_0}{4}$ auf dem sekundären Photogramm vertreten ist, während die mit $\frac{\lambda_0}{3}$ übereinstimmenden Punkte (s. Anm. S. 45) ausgeblieben sind. Auf Fig. 15b (erster Steinsalzversuch) ist Punkt 130, trotzdem er sich von $\frac{\lambda_0}{3}$ nur um 0,4% unterscheidet, nicht gekommen. Da dieses Fehlen einer Wellenlänge mittlerer Ordnungszahl wohl kaum aus der Eigenart der spektralen Energieverteilung in dem von der Röntgenröhre kommenden Strahlengemisch erklärt werden kann, wird der Grund in strukturellen Besonderheiten des Steinsalzraumgitters zu suchen sein. Tatsächlich wird diese Schwierigkeit sofort behoben, wenn anstatt des der Berechnung bisher zu Grunde gelegten einfachen kubischen Gitters das sogen. „flächenzentrierte" Raumgitter eingeführt wird. Aus dem Elementarepiped des ersten Gitters, das aus einem Würfel besteht, dessen acht Ecken von Molekülen bezw. Atomen besetzt sind, entsteht durch Besetzung der Mittelpunkte der 6 Würfelflächen mit einem neuen Gitterpunkt das Elementarepiped des sogenannten „flächenzentrierten" Raumgitters. Die Wirkung dieser Flächenzentrierung auf die Netzebenen-Abstände der einzelnen Gitterebenen ist eine verschiedene, je nachdem es sich um Ebenen mit ganz ungeraden (A) oder mit gemischten (B) Indizes handelt. Für alle Ebenen der Abteilung (A) treten keine neuen Zwischenebenen auf durch Einführung der sechs Gitterpunkte, während zwischen je 2 Ebenen der Abteilung (B) durch die Flächenzentrierung im halben Abstand eine neue Ebene gebildet wird. Sei also die Kantenlänge des Elementarepipeds

Fig. 18.

Fig. 17.

1. im einfachkubischen Gitter $\bar{a}$ (Fig. 17)
2. im flächenzentrierten Gitter $\bar{a}'$ (Fig. 18),

so ist der Netzebenenabstand der Würfelflächen (a bezw. a′) im Fall 1) $a = \bar{a}$, in Fall 2) $a' = \frac{a'}{2}$. Dann lautet die Beziehung für den Netzebenenabstand d irgend einer Ebene mit gemischten Indizes, wenn p und q zwei beliebige Zahlenfaktoren bedeuten

$$\text{im Fall 1)}\quad d = p\bar{a} = pa \tag{12a}$$

$$\text{und im Fall 2)}\quad d = p \cdot \frac{\bar{a}'}{2} = p \cdot a', \tag{12b}$$

für eine Netzebene mit gänzlich ungeraden Indizes

$$\text{im Fall 1)}\quad d = q\bar{a} = qa \tag{13a}$$

$$\text{und im Fall 2)}\quad d = q\bar{a}' = 2qa'. \tag{13b}$$

Wählen wir, wie es bei der Berechnung der Tabellen geschehen ist, den Würfelebenenabstand (a bezw. a') als Einheit, so haben wir also beim Übergang zum flächenzentrierten Gitter die Netzebenenabstände d aller Ebenen mit gänzlich ungeraden Indizes mit 2 zu multiplizieren. Die in Tabelle IV und V berechneten Wellenlängen sind dann in folgender Weise abzuändern:

Tabelle VII.

	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$.
A.	122	80,7
	113	152,2
	$11\bar{3}$	164,2
	355	78,3
	115	78,4
	$1\bar{3}\bar{5}$	80,7
B.	011	66,5
	$0\bar{1}1$	55,5
	010	122,0

Tabelle VIII.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$.
021	51,0	103	95,9
$0\bar{2}1$	46,6	$10\bar{3}$	102,5
130	62,6	$1\bar{1}3$	196,5
131	111,8	$1\bar{1}\bar{3}$	208,5
$13\bar{1}$	115,8	$1\bar{2}3$	86,0
133	62,5	$1\bar{2}\bar{3}$	90,6
$13\bar{3}$	69,3	$1\bar{3}3$	139,5
120	149,6	$1\bar{3}\bar{3}$	146,4
121	122,9	$1\bar{1}\bar{5}$	86,6
$12\bar{1}$	126,5	$1\bar{3}5$	74,5
$12\bar{2}$	85,5	115	60,4
123	51,1	$11\bar{5}$	68,4
$12\bar{3}$	55,7		

Wie aus der Tabelle VII ersichtlich ist, bewirkt die Flächenzentrierung, daß die Wellenlängen der Punkte 355, $11\bar{5}$, $1\bar{3}5$ nicht mehr mit $\frac{\lambda_0}{4}$, sondern mit dem 1. Oberton $\frac{\lambda_0}{2}$ übereinstimmen. Der scheinbare Widerspruch, der darin lag, daß die mit dem 2. Oberton $\frac{\lambda_0}{3}$ übereinstimmenden Punkte[1]) nicht erschienen sind, während die nächst höhere Ordnung der Reflexion durch 3 Punkte vertreten war, ist damit beseitigt; das Versuchsergebnis verlangt also die Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters für die Struktur des Steinsalzkristalls.

In einer während der Ausführung dieser Versuche erschienenen Arbeit[2]) gelangten die Herren Bragg auf einem ganz anderen Wege zu einer ähnlichen Annahme über die Struktur des Steinsalzes: nach ihrer Ansicht ist dessen Raumgitter aufzufassen als eine Ineinanderstellung von 2 flächenzentrierten Gittern, deren Gitterpunkte mit Na- bezw. Cl-Atomen besetzt sind. Die Frage, ob es sich um Besetzung mit Molekülen oder Atomen handelt, wird später bei Versuchen mit Sylvin noch eingehend diskutiert werden.

Zu Tabelle VII ist noch zu bemerken, daß 113 und $11\bar{3}$ jetzt nicht mehr mit dem 1. Oberton, sondern mit dem Grundton übereinstimmen, was jedoch für die Intensität der Punkte ohne Bedeutung ist, da überhaupt die mit dem 1. Oberton übereinstimmenden Punkte aus den in § 9 zu besprechenden Gründen die gleiche Intensität aufweisen wie die von dem Grundton erzeugten Punkte. Die durch die Flächenzentrierung eingetretenen Änderungen in Tabelle VIII sind ohne Bedeutung. In Fig. 15b und 16b bedeuten die eingeklammerten Zahlen die den einzelnen Punkten unter Annahme eines flächenzentrierten Gitters zukommenden Grundwellenlängen.

Obgleich eine Berechnung des I. Steinsalzversuchs unter Annahme eines flächenzentrierten Gitters prinzipiell nichts Neues bietet, so möge doch der Vollständigkeit halber der richtige Wert der Wellenlängen für die in Tabelle I und III enthaltenen Punkte angegeben werden.

---

[1]) Bei dieser Vergleichung handelt es sich nur um Punkte der Abt. A. In Abt. B ist $\frac{\lambda_0}{3}$ vertreten durch $0\bar{1}1$ (siehe Tab. VII).

[2]) Proc. of the Roy. Soc. 89, 246 und 248, 1913.

Tabelle IX.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. $1\bar{2}2$	75,9	B. 011	76,0
133	151,9	010	162,0
$11\bar{3}$	155,5	$02\bar{1}$	66,8
$1\bar{1}3$	144,5	$01\bar{1}$	86,0
		021	62,8

Tabelle X.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
$1\bar{3}0$	50,1	$10\bar{3}$	101,7
$13\bar{1}$	92,9	113	203,5
$1\bar{3}1$	89,2	$11\bar{3}$	214,3
$13\bar{3}$	55,9	123	91,5
$1\bar{3}3$	49,5	$12\bar{3}$	95,8
$1\bar{2}0$	132,6	$13\bar{3}$	158,2
$12\bar{1}$	112,2	115	81,4
$1\bar{2}1$	108,8	$11\bar{5}$	88,8
$1\bar{2}2$	71,4	135	81,3
$12\bar{3}$	49,5	$13\bar{5}$	87,0
123	45,2	$11\bar{5}$	64,8
103	95,7	$1\bar{1}5$	57,4

Wie aus Tabelle IX ersichtlich ist, sind jetzt die Punkte 133, 113, 113 nicht mehr mit dem 1. Oberton, sondern mit dem Grundton zu erklären. Für die Richtigkeit dieses rechnerischen Resultates bietet sich folgender experimenteller Beweis: während auf der ersten photographischen Platte die Punkte 021 und 113 ziemlich gleich stark geschwärzt erscheinen, ist auf der dritten Platte 113 wesentlich schwächer als 021. Durch Absorption in dem je 0,5 mm dicken Glas der Platten ist also 113 stärker geschwächt worden als 021, und es muß demnach $11\bar{3}$ einer längeren Wellenlänge angehören als 021. Während in Tabelle I beiden Punkten die gleiche Wellenlänge $\frac{\lambda_0}{2}$ zukommt, so besitzt nach Tabelle IX 113 eine doppelt so große Wellenlänge wie 021.

Zusammenfassung:

Die unter Benützung eines Interferenzstrahls als Strahlungsquelle aufgenommenen „sekundären" Photogramme ent-

halten nur eine Auswahl der auf dem primären Photogramm sichtbaren Interferenzpunkte. Es wird durch Berechnung quantitativ genau nachgewiesen, daß nur diejenigen Punkte erschienen sind, die mit der ausgesandten Wellenlänge bezw. deren 1. Oberton übereinstimmen. Damit ist der experimentelle Beweis geliefert, daß die in einem Kristallraumgitter abgebeugte Röntgenstrahlung eine m o n o c h r o m a t i s c h e Strahlung ist — monochromatisch in dem Sinn verstanden, daß außer einer Grundwellenlänge noch deren Obertöne darin vorkommen. Im Gegensatz hiezu kann das von der Röntgenröhre emittierte Strahlengemisch als w e i ß e s Röntgenlicht bezeichnet werden. Außerdem haben die Versuche gezeigt, daß zwischen Grundton und 1. Oberton keine erheblichen Intensitätsunterschiede bestehen, daß dagegen der Intensitätsabfall zum 2. Oberton ganz bedeutend sein muß. Eine Erklärung für diese Erscheinung wird in § 9 gegeben werden.

Während des Verlaufs dieser Untersuchungen erschienen verschiedene Arbeiten der Herren Bragg,[1]) die auf anderem Wege zu denselben Resultaten gelangten, indem sie die Reflexion der, in der Primärstrahlung enthaltenen homogenen Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials, an einer Kristallebene bei wechselnden Einfallswinkeln mittels einer Ionisationsmethode beobachteten. Von vornherein war jedoch nicht zu erwarten, daß diese Eigenstrahlung solche spektrale Homogenität und genügend große Intensität besitzen würde, daß sie mit Erfolg als Strahlungsquelle für derartige Kristallversuche verwandt werden konnte. Der Gedanke, die von einem Kristallraumgitter ausgesiebte homogene Strahlung zu benützen, schien mehr Erfolg zu versprechen und wurde daher als leitende Idee diesen Untersuchungen zu Grunde gelegt. Ein Vorteil unserer Methode besteht darin, daß sie eine direkte Vergleichung der Gitterkonstanten zweier Kristalle liefert; zu diesem Zweck ist es nur nötig, die von einem Kristall I ausgesandte Strahlung auf einen anders beschaffenen Kristall II zu leiten und dann das so entstandene Photogramm zu berechnen. Derartigen Untersuchungen über die Struktur der Raumgitter von Kristallen, wie sie aus den monochromatischen Photogrammen erschlossen werden können, soll der zweite Teil dieser Arbeit gewidmet sein.

[1]) Proc. of the Roy. Soc. 88, 428; 89, 246, 1913.

II. Teil.

§ 5. Verbesserung der Versuchsanordnung.

Die Steinsalzversuche hatten gezeigt, daß die Versuchsanordnung in zweifacher Hinsicht einer Verbesserung bedürftig war. Erstens mußte die ziemlich starke Beschleierung der Platten, welche von Sekundärstrahlung herrührte, durch Verstärkung des Bleischutzes vermindert werden, um die bei der Verwendung anderer Kristalle, die weniger intensiv als Steinsalz strahlten, unbedingt erforderliche Erhöhung der Expositionsdauer mit Erfolg durchführen zu können. Zweitens mußte aus den auf S. 22 angegebenen Gründen eine Vorrichtung geschaffen werden, die es gestattete, den Primärstrahl genau in die Richtung zu leiten, in der später der ausgeblendete Interferenzstrahl verlief.

Innerer Bleischutz: In Fig. 19 ist die Aufsicht auf den abgeänderten Kristalltisch dargestellt. O_2 und O_2' sind wieder die zwei Kanäle der Doppelblende; K_1 und K_1' bezeichnen den Ort der vorderen, K_2 und K_2' den der hinteren Kristalle. Die photographischen Platten wurden auf den Messingträgern T und T′ angebracht. Es handelte sich nun darum, die Platten mit samt den hinteren Kristallen mit einem allseitig geschlossenen Bleischutz zu umgeben. Den in Fig. 7 gezeichneten Bleischirm L M N bezw. L′ M′ N′ als Vorderwand eines kleinen Bleikastens auszubilden, erschien deshalb nicht ratsam, weil die beiden Blenden O und O′ vor der geringsten Änderung ihrer Lage unbedingt bewahrt werden mußten. Beim Aufsetzen des schweren Bleideckels hätte aber sehr leicht eine kleine Verbiegung der Vorderwand veranlaßt werden können. Aus diesem Grunde wurde der empfindlichste Teil der ganzen Versuchsanordnung, nämlich eben die Blenden O und O′, mit in den geschützten Raum einbezogen. Der Raumersparnis halber wurde der früher zweiteilige Bleischirm L M N bezw. L′ M′ N′ (Fig. 7 u. 9) jetzt aus einem Stück angefertigt. Derselbe ruhte auf drei bei L, M, N (Fig. 19) angebrachten Messingspitzen, die genau in drei auf der Platte des Kristalltischs angekittete Unterlag-

scheibchen paßten. Vor diesen Bleischirm L M N konnte die Vorderwand des Bleikastens (in Fig. 19 mit Bw bezeichnet) vorgesetzt werden; ihre Höhe über der Platte des Kristalltischs betrug 11,5 cm, während der Bleischirm L M N wesentlich niedriger war. Die Abbildungen auf Tafel III zeigen den Kristalltisch einmal (No. 5) mit aufgesetzter Bleiwand und das andere Mal (No. 6) ohne diese Bleiwand Bw. Zur Erhöhung der

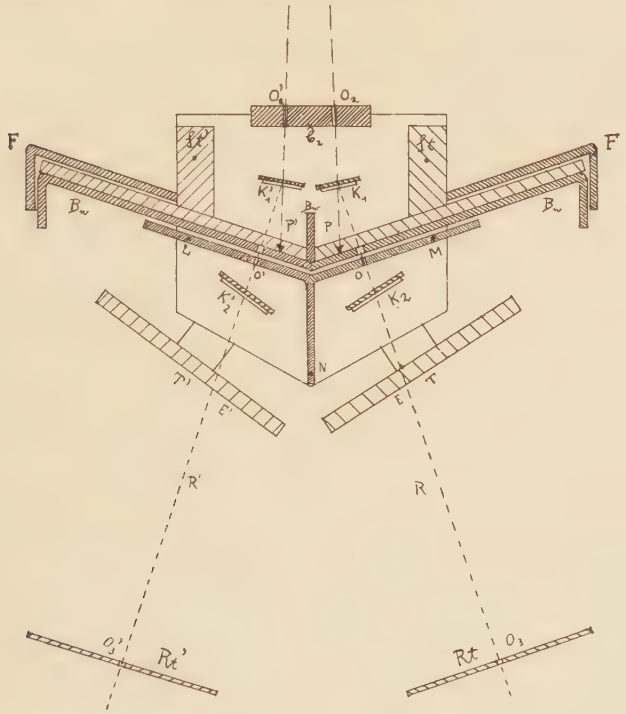


Fig. 19. Aufsicht (1/3 Nat. Größe).

Stabilität war die Bleiwand unten mit einer Messingleiste verstärkt, die rechts und links in zwei Messingplatten St und St′ auslief; die Messingteile (in Fig. 19 mit weiter Schraffierung versehen) waren nur 6 mm hoch, während die Höhe der Blendenlöcher O und O′ 37 mm betrug. Bei St und St′ befanden sich 2 Löcher, in die 2 auf der Platte des Kristalltischs angelötete Stifte hineinpaßten. Durch diese Vorrichtung wurde ein Erreichen der alten Stellung beim Wiederaufsetzen garantiert, wenn die Bleiwand zwecks Einstellung der vorderen Kristalle abge-

hoben werden mußte. Die Öffnungen zum Passieren des Interferenzstrahls R bezw. R′ wurden ziemlich groß gewählt, da ja die eigentliche Begrenzung des auszublendenden Strahlenbündels durch die 1,8 mm großen Blenden O und O′ besorgt wurde. Wie aus Abb. No. 5 auf Tafel III ersichtlich ist, waren die Ränder der Bleiwand nach hinten umgebogen, so daß eine Art von Falz entstand. Das übrige Bleigehäuse, bestehend aus einem Boden und 3 darauf senkrechten Wänden, war auf einem Holzschemel befestigt und konnte von hinten so hereingeschoben werden, daß zwei der Seitenwände genau in den Falz hineinpaßten. Da der Boden dieses Bleikastens sich 2 cm unter der Tischplatte des Kristalltisches befand, mußte der Abschluß nach vorn, der oberhalb der Tischplatte durch die oben erwähnte Bleiwand Bw besorgt wurde, unterhalb derselben durch 2 rechts und links angelötete Bleistreifen F vervollständigt werden (die unter der Tischplatte befindlichen Teile von F sind in Fig. 19 nicht gezeichnet). Auf diesen Bleikasten wurde als Abschluß nach oben ein Bleideckel aufgesetzt. Zwei in die Hinterwand dieses Bleikastens gebohrte Öffnungen erlaubten den Interferenzstrahlen R und R′ einen ungehinderten Austritt, um zu verhüten, daß dieselben beim Auftreffen auf die Bleiwand Anlaß zur Entstehung von Sekundärstrahlung bieten. Das Justieren der Öffnungen in der Bleiwand Bw und in den Blenden O und O′ geschah wieder mittels der auf S. 18 besprochenen photographischen Methode; zu diesem Zweck waren auf Bw und L M N passende Anschlagstifte zum Befestigen der Platten angebracht.

Richtungstafeln: Um den Gang der Strahlen R und R′ jederzeit optisch reproduzieren zu können, wurden in etwa 15 cm Entfernung von K_2 bezw. K_2' zwei 8 × 10 cm große Tafeln von 2 mm starkem Messingblech so aufgestellt, daß sie von den Strahlen R und R′ annähernd in der Mitte getroffen wurden. Diese „Richtungstafeln" Rt bezw. Rt′ waren je an einem Gußeisenstativ befestigt. Um den oben erwähnten Bleikasten hineinschieben zu können, mußten die Richtungstafeln vorher entfernt werden; ihre Aufstellung geschah daher mittels je 3 in entsprechende Unterlagscheiben passende Messingspitzen, so daß sie nach Beendigung des Dauerversuches und Entfernung des Bleikastens ohne weiteres wieder in ihre alte Lage zurückgebracht werden konnten. In beide Messingtafeln wurde an der Stelle, wo sie von den Strahlen R und R′ getroffen wurden — die genaue Lage dieser Auftreffpunkte wurde wieder auf photo-

graphischem Weg ermittelt — 2 Öffnungen von 2 mm Durchmesser O_3 und O_3' (Fig. 19) gebohrt. Um den Primärstrahl in die Richtung OR bezw. O′R′ leiten zu können, wurde folgendermaßen verfahren: ein dünnes Glasplättchen, auf dem ein aus 0.2 mm dickem Bleidraht bestehendes Fadenkreuz aufgekittet war, wurde bei E an dem Träger T so befestigt, daß ein in die Richtung O_3O geleiteter Lichtstrahl genau durch die Mitte des Fadenkreuzes ging. Die Auftreffstelle des Lichtstrahls auf dem Glasplättchen wurde durch Bestäubung mit Lycopodium sichtbar gemacht. Die gewünschte Richtung war damit durch 2 mit dem Kristalltisch fest verbundene Punkte, nämlich O und E genau definiert. Hierauf wurde der Kristalltisch aus seinen an der Marmorplatte festgekitteten Unterlagscheiben emporgehoben und auf neuen Unterlagscheiben so lange gedreht und verschoben, bis auf einem hinter E befindlichen Fluoreszenzschirm der helle Kreis des durch O gehenden Primärstrahls von dem Schatten des Bleifadenkreuzes in der Mitte durchzogen war. Die Prüfung auf gleiche Helligkeit, d. h. der Nachweis, daß von den Blenden O der zentrale Teil des Primärstrahls ausgeblendet wurde, ließ sich mit dem Fluoreszenzschirm nicht ausführen, da auf demselben derartig geringe Helligkeitsunterschiede nicht mehr mit dem Auge erkannt werden konnten. Es wurde daher auf einer hinter E aufgestellten Platte das Bleifadenkreuz durch den die Blende O passierenden Primärstrahl photographiert und nachgesehen, ob der Kreis auf der Platte homogen geschwärzt war. Eine mehrmalige Wiederholung der Einstellung mittels dieses Fadenkreuzes führte stets zu derselben Orientierung des Kristalltisches. Hierauf wurden die Unterlagscheiben in der neuen Lage festgekittet; ganz analog vollzog sich die Einstellung für die Richtung O′R′. Der Kristalltisch konnte also jederzeit in drei Stellungen gebracht werden, nämlich außer der in Fig. 19 gezeichneten „Normalstellung“ noch in die beiden „Hilfsstellungen“, in denen der Primärstrahl in der Richtung R bezw. R′ verläuft. Auf diese Weise konnten die Kristalle K_2 und K_2' mit einem großen Grad von Genauigkeit eingestellt werden, indem die Winkel jedesmal aus der mit dem Primärstrahl in der „Hilfsstellung“ erhaltenen Aufnahme berechnet wurden.

Einstellung der Kristalle: Die Ausrechnung der Steinsalzphotogramme hatte ergeben, welch bedeutenden Einfluß eine kleine „Neigung“ (Definition siehe S. 30) auf die Wellenlänge der einzelnen Interferenzpunkte ausübt. Bei der Einstellung

der Kristalle war seinerzeit hierauf keine Rücksicht genommen worden, weil es sich damals um die prinzipielle Frage handelte, ob sich überhaupt derartige „sekundäre" Aufnahmen in erreichbaren Expositionszeiten herstellen lassen. Bei den folgenden Versuchen zwecks Erforschung der Kristallstruktur war es jedoch wünschenswert, den Kristall so einstellen zu können, daß jedem Interferenzpunkt eine im voraus berechnete Wellenlänge zukommt. Deshalb wurde jetzt der in Fig. 8 gezeichnete Kristallträger mit einem Scharnier versehen, so daß er mittels eines bei H angesetzten Hebels um die Achse QQ′ um einen beliebigen Winkel gedreht werden konnte. Die Richtung QQ′ ist identisch mit der in Fig. 10 gezeichneten Y-Achse (= einer Würfelkante des Kristalls).

Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge: Da sich die theoretisch zu erwartenden Werte der Gitterkonstanten der zu vergleichenden Kristalle NaCl und KCl nur wenig von einander unterscheiden, war es von größter Wichtigkeit, die von dem vorderen Kristall (K_1 in Fig. 19) ausgesandte Wellenlänge möglichst genau zu bestimmen. Nach der Formel $n\lambda = 2d \sin \Theta$ ist der Fehler bei der Wellenlängenbestimmung proportional mit dem bei der Winkelbestimmung gemachten Fehler. Der Winkel Θ (= Winkel zwischen Strahl und Ebene), unter dem der Primärstrahl an der Würfelfläche von K_1 reflektiert wurde, ließ sich aus der Beziehung $\operatorname{tg} \Theta = \frac{r}{A}$ umso genauer berechnen, je größer der Radius r des Hauptkreises war. Deshalb wurden die photographischen Platten etwa in einem Abstand A = 8 cm von dem Kristall entfernt aufgestellt. Da die Platten 2mal in schwarzes Papier eingewickelt waren, konnte der Plattenabstand A nur mit einer Genauigkeit von etwa 1 bis 2 mm gemessen werden. Die Genauigkeit dieses gemessenen Wertes ließ sich jedoch mit Hilfe einer kleinen Konstruktion noch etwas verbessern: Unter der Voraussetzung, daß die betreffende Aufnahme vollkommen symmetrisch ist, wie z. B. Fig. 12, läßt sich aus dem Ort der auf der Y-Achse gelegenen Punkte 120, 230 der Plattenabstand A folgendermaßen ermitteln: Um den Mittelpunkt M_0 eines rechtwinkeligen Achsenkreuzes zeichne man einen Kreis mit Radius r, der gleich ist dem Radius des Hauptkreises auf dem Photogramm; seine Schnittpunkte mit der einen Achse entsprechen dann den Punkten P und 010. Die in Fig. 20 durchgeführte Konstruktion bezieht sich auf eine Aufnahme, bei der der Winkel

optisch auf 8^0 eingestellt worden war, während der direkt gemessene Plattenabstand etwa 76 mm betrug. Da bei dieser Orientierung des Kristalls den beiden auf der Y-Achse gelegenen Nachbarpunkten von P die Indizes 010 und $1\bar{3}0$ zuzuordnen sind, ziehe man durch den Punkt O, der von M_0 76 mm entfernt ist, eine Gerade $O M_1$ von solcher Richtung, daß ihre Achsenabschnitte $x : y = 3 : 1$ werden. Hierauf ziehe man durch O die Gerade $O Y_0$, die mit $O M_1$ den gleichen Winkel bildet, wie $O M_1$ mit O P. Damit ist der Zonenkegel konstruiert, dessen Zonenachse das Symbol (310) besitzt. Beim Auflegen der Schichtseite der Platte auf die Zeichnung muß daher der Punkt $1\bar{3}0$ mit Y_0 zur Deckung gelangen, falls die Entfernung $O M_0$ genau gleich dem Plattenabstand ist. In Fig. 20 liegt $1\bar{3}0$ rechts von Y_0; der Plattenabstand A war also tatsächlich größer als der gemessene Wert von 76 mm. Durch Wiederholung der Konstruktion, indem z. B. $O M_0 = 77$ mm gemacht wird, kann der Plattenabstand bis auf weniger als 0,5 mm, d. h. auf etwa ½% genau bestimmt werden. Der Meßfehler bei der Bestimmung des Durchmessers 2r des Hauptkreises auf dem Photogramm beträgt höchstens 0,2 mm, d. h. also etwa 1%, da bei der gewählten Orientierung $2r = 21{,}6$ mm war. Falls beide Fehler in demselben Sinne wirken, so ergibt sich aus $\operatorname{tg}\varphi = \frac{r}{A}$ im ungünstigsten Fall eine um 1,5% falsche Bestimmung von $\sin\varphi$; der durchschnittliche Fehler bei der Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge ist daher von der Größenordnung von 1 %.

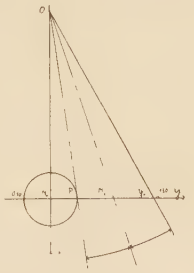


Fig. 20.

Die für die folgenden Versuche erforderliche „monochromatische" Strahlung wurde geliefert durch die Reflexion des Primärstrahls an der Würfelfläche von Steinsalz (NaCl) bezw. Sylvin (KCl). Die Reflexionswinkel (= Winkel zwischen Strahl und Ebene) betrugen: bei Steinsalz: $\varphi = 7^0\,56'$, bei Sylvin: $\varphi = 7^0\,28'$.

Werden die Netzebenenabstände der Würfelfläche bei Steinsalz mit a, bei Sylvin mit a′ bezeichnet, so ergeben sich die ausgesandten Wellenlängen aus folgenden Beziehungen:

1. Steinsalz: $n\lambda = 2\,a \sin 7^0\,56' = 0{,}138 \cdot 2\,a$
   Grundwellenlänge für $n = 1 \quad \lambda_0 = 0{,}138 \cdot 2\,a$.
2. Sylvin: $n\lambda = 2\,a' \sin 7^0\,28' = 0{,}130 \cdot 2\,a'$
   Grundwellenlänge für $n = 1 \quad \lambda_0 = 0{,}130 \cdot 2\,a'$.

§ 6. Struktur des Sylvinraumgitters.

Während bei den oben besprochenen Versuchen mit Steinsalz die Kristalle so aufgestellt worden waren, daß einige Punkte (z. B. 011, 010, 011) möglichst große Intensität besaßen, erschien es jetzt nützlicher, den Kristallen eine solche Orientierung zu geben, daß möglichst viele Punkte eine gleichmäßige mittlere Schwärzung zeigten; denn bei einer Auswertung der Photogramme zum Zweck der Erforschung der Kristallstruktur mußte hauptsächlich darauf Wert gelegt werden, daß die Reflexionswirkung von möglichst vielen verschiedenartigen Netzebenen auf dem Photogramm zur Geltung kam. Als sehr günstig erwies sich eine solche Orientierung der hinteren Kristalle, daß der Winkel, unter dem ihre Würfelfläche von dem Interferenzstrahl getroffen wurde, etwa doppelt so groß war wie der Winkel, unter dem der Primärstrahl auf die Würfelfläche des vorderen Kristalls auftraf.

Erster Sylvinversuch.

Der Zweck dieses Versuches war, das Verhältnis der Gitterkonstanten von Sylvin und Kochsalz direkt experimentell zu bestimmen. Bei K_1 (Fig. 19) befand sich ein Steinsalzspaltstück in der auf S. 53 angegebenen Orientierung. Unter Benützung des aus Molekulargewicht und Dichte erhaltenen theoretischen Wertes des Gitterkonstantenverhältnisses wurde berechnet, wie der bei K_2 befindliche Sylvinkristall aufzustellen war, damit die seinem Würfelpunkt 010 zukommende Grundwellenlänge gleich der doppelten einfallenden Wellenlänge wird; es ergab sich $\varphi = 14^0\,10'$. Hierauf wurde auf diesen Winkel optisch eingestellt und in der „Hilfsstellung“ (siehe S. 51) des Kristalltisches eine Röntgenaufnahme gemacht. Ergab die Winkelbestimmung aus den Photogrammen einen etwas abweichenden Wert, so wurde dementsprechend mittels der optischen Einstellung korrigiert und wieder mit Röntgenstrahlen geprüft. Dann wurde noch eine kleine „Neigung“ $\delta = 1^0\,20'$ hinzugefügt, um den zur Y-Achse symmetrisch gelegenen Punkten kleine Wellenlängenunterschiede zu erteilen und dadurch die Mannigfaltigkeit der vorkommenden Wellenlängen zu verdoppeln. Zum Schluß wurde noch einmal eine Aufnahme in der „Hilfsstellung“ des Kristalltisches, also unter Benutzung des Primärstrahls gemacht, wobei sich die photographische Platte genau an der Stelle befand, an der später die Platten zur monochromatischen Aufnahme angebracht waren. Dadurch wurde ermöglicht, daß dieses mit „weißem“ Röntgenlicht

erhaltene Photogramm, das wir fernerhin kurz als „weißes" Photogramm bezeichnen wollen, mit dem monochromatischen Photogramm direkt zur Deckung gebracht werden konnte, so daß die Identifizierung der einzelnen Punkte auf letzterem sehr einfach war. Zum Unterschied gegen die früheren Versuche mit Steinsalz möge noch einmal hervorgehoben werden, daß die genaue Orientierung des Kristalls K_2 nicht mehr nachträglich aus dem monochromatischen Photogramm berechnet wurde, sondern daß jetzt diese Daten aus besonderen, unter Benützung des Primärstrahls erhaltenen Einstellungsaufnahmen gewonnen wurden. Durch dieses neue Verfahren wurde eine erheblich größere Genauigkeit in der Bestimmung von φ und δ erzielt, da bei den Einstellungsaufnahmen die Platten ziemlich weit (etwa 60 mm) entfernt aufgestellt werden konnten, während bei den monochromatischen Aufnahmen aus Intensitätsgründen der Plattenabstand möglichst klein gewählt werden mußte.

Resultat.

Nach einer Expositionszeit von 19 Stunden wurden die photographischen Platten entwickelt. Die auf ihnen erschienenen Punkte sind in Fig. 21b aufgezeichnet, in welcher wieder durch die verschieden großen Kreise die Schwärzungsverhältnisse der Punkte dargestellt werden sollen. Die den einzelnen Punkten zukommenden Grundwellenlängen, die in analoger Weise wie auf S. 32 aus den bekannten Werten $\varphi = 14^0 10'$ und $\delta = 1^0 20'$ berechnet wurden, sind nach Multiplikation mit 1000 in folgender Tabelle zusammengestellt: (a′ ist gleich dem Würfelebenenabstand von Sylvin).

Tabelle XI.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
A. 104	62,2
$11\bar{4}$	62,6
112	128,1
032	59,9
$11\bar{3}$	59,9
$0\bar{4}1$	58,9
B. 012	57,8
$0\bar{1}1$	133,5
010	245,0
012	40,2
011	111,5

Zunächst ist ersichtlich, daß sich die Wellenlängen gruppieren um folgende charakteristische Werte

61, 122, 244, die im Verhältnis 1 : 2 : 4 stehen.

Welcher dieser Werte ist nun gleich der ausgesandten Grund-Wellenlänge? Die Häufigkeit des Auftretens der in der

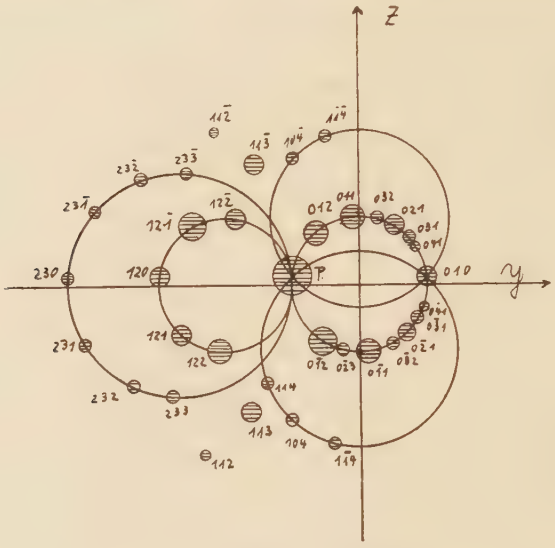


Fig. 21 a. „Weisses" Photogramm.

Nähe von 61 gelegenen Wellenlängen läßt vermuten, daß 61 der Grundton ist. Dann müßte aber der Punkt 012 mit 40,2 als eine Reflexion zweiter Ordnung von $\frac{\lambda_0}{3}$ (2. Oberton) gedeutet werden, was aus Intensitätsgründen äußerst unwahrscheinlich ist. Wird jedoch die Größenordnung des Grundtons gleich 122 angenommen, so wird dadurch die Ordnungszahl von 012 erniedrigt, so daß dieser Punkt nunmehr zwanglos als Vertreter der ersten Ordnung von $\frac{\lambda_0}{3}$ erklärt werden kann. Zur genauen Bestimmung des Wertes des Grundtons dient der auf S. 39 ausgesprochene Erfahrungssatz, daß die Punkte, deren Indexquadratsumme > 5 ist, bei einer mehr als 4,5 % betragenden Abweichung von der ausgesandten Wellenlänge (bezw. deren Obertöne), auf dem monochromatischen Photogramm nicht mehr sichtbar werden. Wir berechnen daher die Wellenlängen der übrigen auf der

„weißen Aufnahme" sichtbaren Punkte und sehen nach, welche von ihnen diesen charakteristischen Werten sich am meisten nähern.

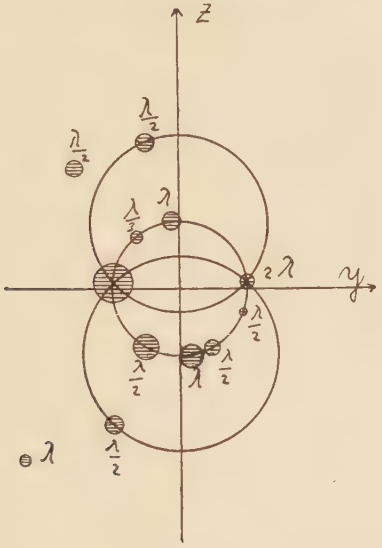


Fig. 21 b. „Monochromatisches" Photogramm.

Tabelle XII.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
120	96,0	021	93,6
121	83,7	$0\bar{2}1$	102,4
$12\bar{1}$	76,3	031	71,3
122	58,2	$0\bar{3}1$	75,7
$12\bar{2}$	48,4	041	56,4
230	92,7	$0\bar{2}3$	42,8
231	87,6	114	45,2
$23\bar{1}$	84,5	113	71,9
232	73,5	$11\bar{4}$	72,4
$23\bar{2}$	68,3	$11\bar{2}$	113,5
233	57,8	$10\bar{4}$	51,9
$23\bar{3}$	51,8		
032	53,2		

Da 122 mit 58,2 auf dem sekundären Bild nicht mehr sichtbar ist, muß seine Abweichung von dem zu bestimmenden Wert

des 1. Obertons $\frac{\lambda_0}{2}$ mindestens 4,5% betragen (= 2,7). Demnach kann der gesuchte Wert nicht unter 61,0 liegen. Aus der Sichtbarkeit des Punktes 041 (Fig. 21b) läßt sich leicht eine obere Schranke für den fraglichen Wert von $\frac{\lambda_0}{2}$ ableiten, nämlich 58,9 + 2,7 = 61,6. Der genaue Wert des 1. Obertons liegt also in dem Intervall 61,0 bis 61,6; zwei Umstände weisen jedoch darauf hin, daß er näher an der oberen Grenze dieses Intervalles liegen muß, nämlich:

1. die erhebliche Intensität des Punktes $1\bar{1}4$ mit 62,6;
2. eine Vergleichung der Intensitäten der Punkte 011 und $0\bar{1}1$; 011 mit 133,5 muß dem Grundton etwas näher liegen als 011 mit 111,5; die Mitte von beiden wäre 122,5 = 2 × 61,25.

Auf Grund dieser Überlegungen wurde der 1. Oberton $\frac{\lambda_0}{2} = 61{,}5 \cdot 2a' \cdot 10^{-3}$, also der Grundton der ausgesandten Wellenlänge

$$\lambda_0 = 123 \cdot 2a' \cdot 10^{-3}$$ gesetzt.

Für die Punkte der Tabelle XI ergeben sich dann folgende Divergenzen:

Tabelle XIII.

Index	Abweichung in % von:	Index	Abweichung in % von:
A. 104	1,1% von $\frac{\lambda_0}{2}$	B. $0\bar{1}2$	6% von $\frac{\lambda_0}{2}$
$1\bar{1}4$	1,8% von „	011	8,5% von λ_0
112	4,2% von λ_0	010	0,4% von $2\lambda_0$
$03\bar{2}$	2,6% von $\frac{\lambda_0}{2}$	012	2% von $\frac{\lambda_0}{3}$
113	2,6% von „	011	9,4% von λ_0
041	4,2% von „		

Bei einer Vergleichung der in Fig. 21 b dargestellten Schwärzungen mit den in Tabelle XIII berechneten Abweichungen muß die Übereinstimmung als eine gute bezeichnet werden. Die schon früher besprochene Ausnahmestellung der Punkte 012, 011, usw. ist auch hier deutlich erkennbar. Der Umstand, daß sich, im Gegensatz zu den Steinsalzphotogrammen (s. § 4), in 012 ein Vertreter für $\frac{\lambda_0}{3}$ gefunden hat, ist mit der

längeren Expositionszeit, sowie mit der Tatsache zu erklären, daß das Reflexionsvermögen der Netzebene 012 an und für sich größer ist als das der Ebene 130 (s. S. 25). Die schon früher bei einem Steinsalzversuch [1]) beobachtete auffallende Erscheinung, daß der Punkt 010 trotz sehr guter Übereinstimmung mit $2\,\lambda_0$ im Vergleich zum „weißen" Photogramm nur sehr schwach gekommen ist, während die Wellenlängen 2. Ordnung in der einfallenden Strahlung sich in überraschend starker Intensität auf dem monochromatischen Photogramm geltend gemacht haben, wird in einem späteren Kapitel [2]) noch eine eingehendere Behandlung finden.

Gitterkonstantenvergleichung: Die ausgesandte Wellenlänge ist nach S. 53 (ausgedrückt im Würfelebenenabstand a von Steinsalz)

$$\lambda_0 = 0{,}138 \cdot 2\,a$$

während aus obigen Überlegungen sich folgender in a′ (Würfelebenenabstand von Sylvin) gemessener Wert für λ_0 ergibt.

$$\lambda_0 = 0{,}123 \cdot 2\,a'$$

Hieraus berechnet sich das Verhältnis der beiden Gitterkonstanten

$$a : a' = 0{,}123 : 0{,}138 = 1 : 1{,}122.$$

Wie genau ist nun die Bestimmung dieses Verhältnisses? Da auf der monochromatischen Aufnahme ziemlich viele Punkte erschienen sind, war es möglich, den in a′ ausgedrückten Wert von λ_0 in das Intervall 61,0 bis 61,6 (siehe S. 58) einzuschließen; dieser Spielraum würde einem möglichen Fehler von etwa 1% von λ_0 entsprechen. Jedoch konnte aus verschiedenen Umständen geschlossen werden, daß der gesuchte Wert eher an der oberen Grenze des Intervalls sich befinden müsse; somit kommt für die Fehlerberechnung nur die Hälfte des Intervalls, also ein Fehler von etwa 0,5% in Betracht. Der durchschnittliche Fehler bei der Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge (ausgedrückt in a) betrug nach früheren 1% (siehe S. 53). Im ungünstigsten Fall, wenn beide Fehler im gleichen Sinne wirken, kann die Berechnung des Verhältnisses 1 : 1,122 eine Genauigkeit von 1,5% beanspruchen. Bevor nun dieser experimentell gefundene Wert

[1]) Referat von E. Wagner auf der 85. Naturforscher-Versammlung in Wien; Phys. Ztschr. XIV, No. 24. 1913. Der dort veröffentlichte Versuch ist in die Dissertation nicht aufgenommen worden.

[2]) Vgl. § 9 über Energieverteilung und Obertöne.

mit dem theoretisch berechneten verglichen wird, soll zunächst noch ein weiterer Versuch besprochen werden, aus dem wichtige Schlüsse auf den Aufbau des dem Sylvinkristall zu Grunde liegenden Raumgitters gezogen werden können.

Zweiter Sylvinversuch.

Während auf der „weißen" Aufnahme von Steinsalz Punkte mit gänzlich ungeraden Indizes z. B. 113, 133 usw. in großer Anzahl vertreten sind, fehlen sie auf der „weißen" Aufnahme von

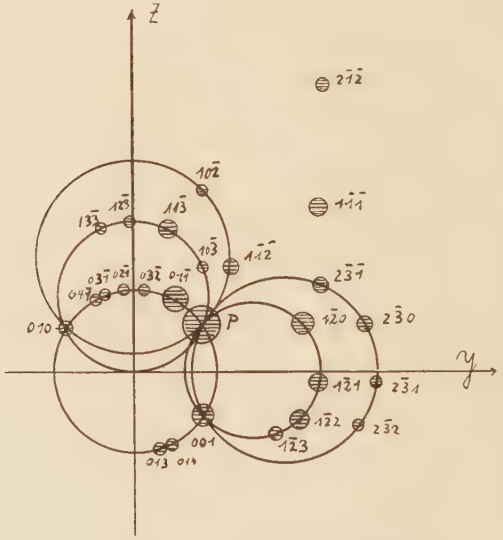


Fig. 22 a. „Weisses" Photogramm.

Sylvin fast völlig und zwar umsomehr, je höher die betreffenden Indizes sind. Die monochromatische Aufnahme führte seinerzeit zu der Annahme, daß das Raumgitter des Steinsalzes flächenzentriert sein müsse; eine Folge dieser Annahme war, daß zunächst in den Tabellen rein formal die Wellenlängen aller gänzlich ungeraden Punkte mit 2 zu multiplizieren waren. Dadurch wurde bewirkt, daß die ganz kurzen Wellenlängen aus Tabelle V verschwanden, z. B. 115 mit 30,2, 133 mit 31,25 usw. Das Fehlen derartiger Punkte bei Sylvin legt die Vermutung nahe, daß das Sylvinraumgitter nicht flächenzentriert ist und daß diese Punkte 133 usw. deshalb nicht erscheinen können, weil die für sie passenden ganz kurzen Wellenlängen in dem von

der Röntgenröhre ausgesandten Strahlengemisch nicht in genügender Intensität vertreten sind. Der experimentelle Beweis dafür, daß das Sylvinraumgitter nicht zum flächenzentrierten Typus gehört, wird durch folgende monochromatische Aufnahme erbracht:

Ein bei K_1' (Fig. 19) in der auf S. 53 angegebenen Orientierung angebrachtes Sylvinspaltstück lieferte die monochromatische Strahlung, deren Grundwellenlänge zu

$$\lambda_0 \cdot 10^3 = 130 \cdot 2\,a'$$

bestimmt worden war. Der zweite Kristall K_2' (ebenfalls Sylvin) wurde nun so aufgestellt, daß die dem Punkt $1\bar{1}\bar{1}$ (Oktaeder) ent-

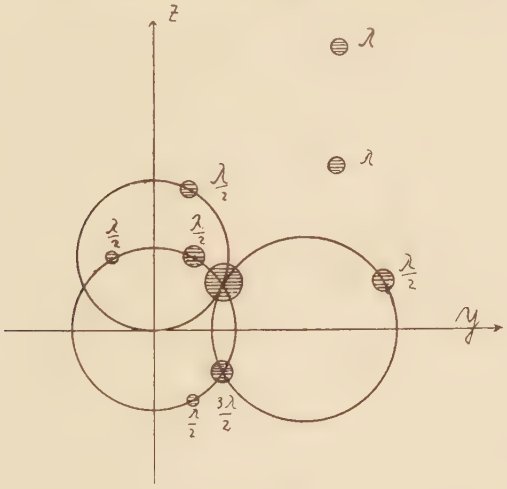


Fig. 22 b. „Monochromatisches" Photogramm.

sprechende Grundwellenlänge $= 2\lambda_0$ war, im Fall eines flächenzentrierten Raumgitters, und $= \lambda_0$ im Fall eines einfach kubischen Raumgitters. (Die Berechnung erfolgte unter Berücksichtigung des Umstandes, daß der mit d bezeichnete Netzebenenabstand von $1\bar{1}\bar{1}$ im ersten Fall

$$d = \frac{2\,a'}{\sqrt{3}}, \text{ im zweiten Fall } d = \frac{a''}{\sqrt{3}}$$

lautet.) (Vgl. S. 43.)

Hieraus ergeben sich für die Winkel von K_2' folgende Werte

$$\varphi = 19^0\,26' \quad \text{und} \quad \delta = 11^0\,24'$$

Man beachte in Fig. 22a und 22b die durch die Neigung verursachte beträchtliche Hebung des Primärpunktes P gegenüber

der Y-Achse. — Die Berechnung unter Annahme eines einfach kubischen Raumgitters ergab für die auf dem monochromatischen Photogramm sichtbaren Punkte folgende Wellenlängen:

Tabelle XIV.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Abweichung in %
A. $2\bar{3}0$	65,3	0,5% von $\frac{\lambda_0}{2}$
014	63,8	1,9% von $\frac{\lambda_0}{2}$
$2\bar{1}2$	126,5	2,7% von λ_0
$1\bar{1}3$	63,0	3,1% von $\frac{\lambda_0}{2}$
$1\bar{1}\bar{1}$	134,3	3,3% von λ_0
$04\bar{1}$	67,3	3,5% von $\frac{\lambda_0}{2}$
001	188,0	3,6% von $\frac{3\lambda_0}{2}$
B. $01\bar{1}$	72,5	11,5% von $\frac{\lambda_0}{2}$

Als Gegenstück folgt Tabelle XV mit den Wellenlängen der übrigen, auf dem „weißen" Photogramm sichtbaren Punkte.

Tabelle XV.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
013	89,7	$2\bar{3}\bar{1}$	47,2
$03\bar{2}$	47,9	$2\bar{3}1$	74,1
$02\bar{1}$	95,6	$2\bar{3}2$	72,0
$03\bar{1}$	81,1	$1\bar{1}\bar{2}$	35,8
010	333,0	$10\bar{3}$	36,0
120	51,6	$12\bar{3}$	73,3
$12\bar{1}$	74,3	$13\bar{3}$	71,5
$12\bar{2}$	70,4	$10\bar{2}$	109,6
$12\bar{3}$	58,7		

Als Kriterium zur Entscheidung der Frage nach dem Gittertypus diente die Erfahrungstatsache (siehe S. 59), daß der im Falle des flächenzentrierten Gitters mit $2\lambda_0$ übereinstimmende Punkt $1\bar{1}\bar{1}$ auf dem monochromatischen Photogramm nur sehr

schwach sichtbar sein kann. Die relativ große Intensität von $1\bar{1}1$ auf Fig. 22b spricht daher gegen die Annahme einer Flächenzentration; gleichzeitig wäre auch die dem Punkt $11\bar{3}$ zukommende Wellenlänge im Verhältnis zu den Wellenlängen der übrigen in Tabelle XIV enthaltenen Punkte zu verdoppeln. Eine Vergleichung der Schwärzungen von 113 und 230 auf der ersten und letzten photographischen Platte ergibt, daß beide Punkte einer gleich stark absorbierbaren Wellenlänge angehören müssen; dies ist, wie Tabelle XIV zeigt, tatsächlich der Fall, wenn der Berechnung die Annahme eines einfach kubischen Raumgitters zu Grunde gelegt wird.

Theoretische Berechnung der Gitterkonstanten: Ist s die Dichte, μ das Molekulargewicht und m_H die Masse eines Wasserstoffatoms, so ist die Zahl Z der in einem ccm enthaltenen Moleküle

$$Z = \frac{s}{\mu m_H}. \tag{14}$$

1. Nehmen wir an, daß die Ecken des Elementarwürfels (Kantenlänge a_1) eines einfach kubischen Raumgitters mit je einem Molekül besetzt sind, dann entspricht dem Rauminhalt dieses Elementarwürfels das Volumen e i n e s Moleküls, da ja jeder der acht Eckpunkte acht verschiedenen Elementarwürfeln angehört; in e i n e m ccm sind also $\frac{1}{a_1^3}$ Moleküle enthalten, somit $z = \frac{1}{a_1^3}$ und

$$\bar{a}_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{Z}} = \sqrt[3]{\frac{\mu m_H}{s}}; \tag{15 a}$$

somit Würfelebenenabstand

$$a_1 = \bar{a}_1 = \sqrt[3]{\frac{\mu m_H}{s}}. \tag{15 b}$$

2. Durch Besetzung der Mitten der 6 Würfelflächen mit je einem Molekül entsteht hieraus der Elementarkubus des flächenzentrierten Raumgitters (Kantenlänge a_2). Da jedes dieser 6 neuen Moleküle 2 Elementarkuben angehört, so haben sich $3 + 1 = 4$ Moleküle in den Rauminhalt eines Elementarwürfels zu teilen; somit beträgt die Anzahl der Moleküle in 1 ccm $\frac{4}{a_2^3}$ also $Z = \frac{4}{a_2^3}$ und

$$\bar{a}_2 = \sqrt[3]{\frac{4\,\mu\, m_H}{s}}; \tag{16a}$$

somit Würfelebenenabstand

$$a_2 = \frac{\bar{a}_2}{2} = \sqrt[3]{\frac{\mu\, m_H}{2s}}. \tag{16b}$$

3. Statt eines Moleküls kann jeder Gitterpunkt auch mit einem Atom besetzt sein. Dann ist im Fall 1 $\frac{1}{\bar{a}_3^3} = 2Z$, also

$$\bar{a}_3 = \sqrt[3]{\frac{\mu\, m_H}{2s}}, \tag{17a}$$

somit Würfelebenenabstand

$$a_3 = \bar{a}_3 = \sqrt[3]{\frac{\mu\, m_H}{2s}}. \tag{17b}$$

4. und entsprechend im Fall 2 $\frac{4}{\bar{a}_4^3} = 2Z$, also

$$\bar{a}_4 = \sqrt[3]{\frac{2\,\mu\, m_H}{s}}, \tag{18a}$$

somit Würfelebenenabstand

$$a_4 = \frac{\bar{a}_4}{2} = \sqrt[3]{\frac{\mu\, m_H}{4s}}. \tag{18b}$$

I. Die früheren Versuchsergebnisse haben zu der Annahme geführt, daß der Struktur des Steinsalzes ein flächenzentriertes, der des Sylvins ein einfaches kubisches Raumgitter zu Grunde gelegt werden muß. Der einfachste Fall ist der, wo jeder Gitterpunkt mit einem Molekül besetzt ist; dann lautet nach 1 und 2 das Verhältnis der Würfelebenenabstände von NaCl und KCl, (wobei a', μ', s' sich auf Sylvin beziehen)

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{s'}}.$$

Denkt man sich statt der Besetzung mit Molekülen eine solche mit Atomen, so ergibt sich nach 3 und 4 derselbe Wert, nämlich

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{4s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{2s'}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{s'}}$$

Nach Einsetzen der Werte[1])

für Steinsalz	$\mu = 58{,}46$	$s = 2{,}17$
für Sylvin	$\mu' = 74{,}56$	$s' = 1{,}98$

berechnet sich $a : a' = 1 : 1{,}409$.

Dieser Wert unterscheidet sich von dem experimentell gefundenen $a : a' = 1 : 1{,}122$ so bedeutend, daß dieser Fall offenbar nicht in Betracht kommen kann.

II. Würden wir jedoch annehmen, daß der Typus beider Raumgitter derselbe ist, also entweder beide einfach kubisch oder beide flächenzentriert, so erhielten wir für das Verhältnis $a : a' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{s'}}$ den Wert $1 : 1{,}118$, der mit geradezu überraschender Genauigkeit mit dem experimentell gefundenen Verhältnis $1 : 1{,}122$ übereinstimmt. Die Abweichung beträgt nur $0{,}4\,\%$, während früher (siehe S. 59) der mögliche Versuchsfehler zu $1{,}5\,\%$ berechnet wurde. Die Ansicht von der Gleichwertigkeit beider Gittertypen scheint jedoch mit dem Resultat des 2. Sylvinversuches in einem gewissen Widerspruch zu stehen.

III. Um die Versuchsergebnisse voll und ganz erklären zu können, muß eine Hypothese gefunden werden, die für das Verhältnis der Gitterkonstanten den Wert $a : a' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{s'}}$ liefert und die es zugleich gestatten muß, das Steinsalzgitter als flächenzentrierten, das Sylvingitter als einfach kubischen Typus aufzufassen. Diese Schwierigkeit, auf der einen Seite wegen des Gitterkonstanten-Verhältnisses zu verlangen, daß beide Raumgitter in gleicher Weise aus ihren Elementarteilchen aufgebaut sein müssen, und auf der andern Seite zu fordern, daß sie sich in ihrer abbeugenden Wirkung gegenüber den Röntgenstrahlen wie 2 verschiedene Gittertypen verhalten, wird durch Annahme des von den Herren Bragg[2]) vorgeschlagenen Raumgittermodells behoben. Nach ihrer Ansicht sind beide Raumgitter aufzufassen als eine Ineinanderstellung von 2 flächenzentrierten Atomraumgittern (s. Fig. 23). Dem Aufbau nach

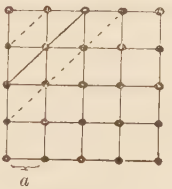


Fig. 23.

[1]) Landolt-Börnstein, Tabellen 4. Aufl. 1912.

[2]) Proc. of the Roy. Soc. 89. 248. 1913.

unterscheiden sich also die Raumgitter von Sylvin und Steinsalz nicht — daher das experimentell bestätigte Verhältnis

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{\nu}{s}} : \sqrt[3]{\frac{\nu'}{s'}},$$

wohl aber in ihrem Verhalten gegenüber den Röntgenstrahlen. Auf Grund der Hypothese, daß die abbeugende Wirkung der Atome mit ihrem Gewicht zunimmt, erscheint es verständlich, daß bei Steinsalz hauptsächlich das aus den schwereren Cl-Atomen bestehende flächenzentrierte Raumgitter für die Inter-

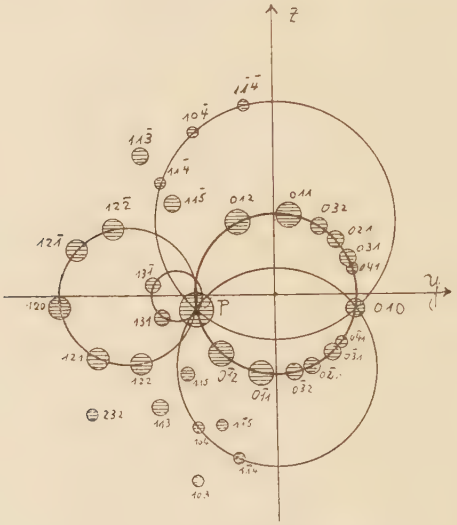


Fig. 24 a. „Weisses Photogramm.

ferenz der Röntgenstrahlen in Betracht kommt. Bei Sylvin dagegen, der aus 2 annähernd gleich schweren Atomen besteht, sind die beiden Atomraumgitter gleichermaßen wirksam, so daß sich der Typus eines einfach kubischen Raumgitters ergibt.

§ 7. Struktur des Bromkaliumraumgitters.

Nach Erledigung der Versuche mit Sylvin (Chlorkalium) wurde die Struktur des mit ihm isomorphen Bromkaliums untersucht. Infolge des hohen Atomgewichts von Brom (etwa 80) wurden die Interferenzstrahlen im Kristall selbst durch Absorption stark geschwächt, so daß eine 3—4mal so lange Ex-

positionszeit erforderlich war, wie bei einem Steinsalzkristall von gleicher Dicke (etwa 1 mm). Die Anwendung in Form eines Dünnschliffs ermöglichte jedoch eine bedeutende Herabsetzung der Expositionszeit; nicht bloß die absolute Intensität der einzelnen Interferenzpunkte wurde dadurch bedeutend gesteigert, sondern es war auch eine Verschiebung der relativen Intensität nach der Seite der längeren Wellenlängen hin deutlich zu erkennen. Zu dem Dauerversuch wurde ein parallel zu einer Würfelfläche geschliffenes Präparat [1]) von 0,1 mm Dicke benützt, das auf einem Objektträger mit Canadabalsam aufgekittet war.

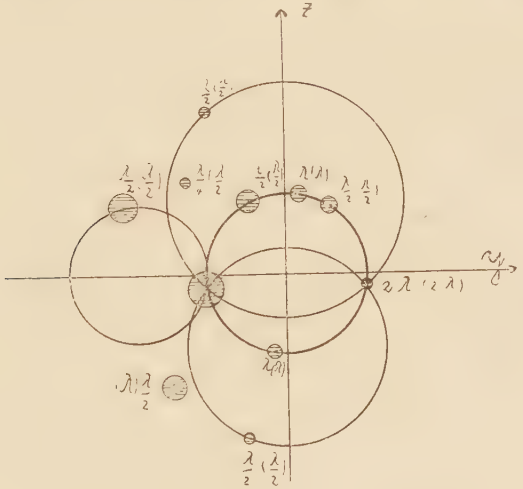


Fig. 24 b. „Monochromatisches" Photogramm.

Um Absorptionsverluste im Glas zu vermeiden, war dieses in der Mitte mit einer 4 mm großen kreisförmigen Öffnung versehen, die dem Primärstrahl einen ungehinderten Durchtritt gestattete. Als strahlender Kristall diente ein Steinsalzspaltstück in der auf S. 53 angegebenen Orientierung, während der Bromkaliumdünnschliff so eingestellt wurde, daß die seinem Würfelpunkt 010 zukommende Wellenlänge wieder annähernd mit der doppelten ausgesandten Wellenlänge λ_0 übereinstimmte. Die Werte der Winkel betrugen: $\varphi = 13^0\,46'$ und $\vartheta = 1^0\,20'$.

Nach 23stündiger Expositionsdauer (Gesamtbelastung der Röhre = 4700 Milli-Ampère-Minuten) konnten auf den photographischen Platten die in Fig. 24b eingetragenen Punkte identi-

[1]) Von Steeg und Reuter in Homburg geliefert.

fiziert werden; die unter Annahme eines einfach kubischen Raumgitters (Würfelebenenabstand = a_0) berechneten Werte ihrer Wellenlängen sind in Tabelle XVI zusammengestellt:

Tabelle XVI.

Index	$\frac{\lambda}{2a_0} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a_0} \cdot 10^3$
A. $12\bar{2}$	60,0	B. 012	56,6
113	60,5	010	238,0
032	58,4	011	130,2
$11\bar{4}$	62,2	$01\bar{1}$	107,8
$10\bar{4}$	62,4		
115	31,3		

Die Aufgabe, die Grundwellenlänge λ_0 in a_0 auszudrücken, wird diesmal dadurch sehr erleichtert, daß Punkt 122 auf dem monochromatischen Photogramm außerordentlich stark geschwärzt ist. Seine Wellenlänge muß also mit einem der charakteristischen Werte genau übereinstimmen; von diesen kann aus Intensitätsgründen nur Grundton oder 1. Oberton in Betracht kommen. Die Wahl von 60,0 als Grundton würde jedoch bedingen, daß 010 mit 238,0 als eine Reflexion vierter Ordnung gedeutet werden müßte; deshalb ist der 1. Oberton

$$\frac{\lambda_0}{2} \cdot 10^3 = 60 \cdot 2a_0 \text{ also } \lambda_0 \cdot 10^3 = 120 \cdot 2a_0$$

gesetzt worden.

Dann ergeben sich für die einzelnen Punkte folgende Divergenzen:

Tabelle XVII.

Index	Abweichung in %	Index	Abweichung in %
A. $12\bar{2}$	0% von $\frac{\lambda_0}{2}$	B. 012	5,6% von $\frac{\lambda_0}{2}$
113	0,8% von „	010	0,8% von $2\lambda_0$
032	2,7% von „	011	8,5% von λ_0
$11\bar{4}$	3,6% von „	$01\bar{1}$	10% von „
$10\bar{4}$	4,0% von „		
115	4,3% von $\frac{\lambda_0}{4}$		

Zwei Umstände sprechen wieder für die Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters:

1. es erscheint auffallend, daß der Punkt 115 durch den 3. Oberton $\frac{\lambda_0}{4}$ verursacht sein soll, während $0\bar{1}2$ der Vertreter des 2. Obertons $\frac{\lambda_0}{2}$ trotz einer geringeren Abweichung (etwa 3,5%) nicht erschienen ist.
2. Eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte 113 und 032 auf der ersten und letzten Platte ergibt, daß 113 einer stärker absorbierbaren Wellenlänge angehören muß als 032.

Beim Übergang zum flächenzentrierten Gitter sind nach S. 44 die Wellenlängen aller Punkte mit ungeraden Indizes mit 2 zu multiplizieren, wenn als Einheit der neue Würfelebenenabstand a′ gewählt wird. Die in Fig. 24 b eingeklammerten Werte beziehen sich auf diesen Fall des flächenzentrierten Gitters. Die Tabelle XVI ist dann in folgender Weise richtigzustellen.

Tabelle XVIII.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Abweichung
A. $12\bar{2}$	60,0	0% von $\frac{\lambda_0}{2}$
113	121,0	0,8% von λ_0
032	58,4	2,7% von $\frac{\lambda_0}{2}$
$11\bar{4}$	62,2	3,6% von „
104	62,4	4% von „
$11\bar{5}$	62,6	4,3% von „
B. 012	56,6	5,6% von „
010	238,0	0,8% von $2\lambda_0$
011	130,2	8,5% von λ_0
011	107,8	10% von „

Tabelle XIX beweist, daß alle übrigen, auf der „weißen“ Aufnahme sichtbaren Punkte solch große Abweichungen von λ_0 bezw. $\frac{\lambda_0}{2}$ aufweisen, daß sie auf dem monochromatischen Photogramm nicht mehr sichtbar sein können.

Tabelle XIX.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
$0\bar{1}2$	38,6	122	50,0
$0\bar{3}2$	51,5	232	69,6
021	90,7	131	42,6
021	99,7	$13\bar{1}$	50,8
$0\bar{3}1$	69,2	115	46,0
031	73,7	104	51,8
$0\bar{4}1$	54,7	103	90,4
041	57,3	$1\bar{1}5$	81,2
120	99,0	114	45,7
121	78,8	$11\bar{3}$	145,4
$12\bar{1}$	86,2	$1\bar{1}\bar{4}$	72,2

Gitterkonstantenvergleichung: Dadurch, daß wir die ausgesandte Wellenlänge λ_0 in zwei verschiedenen Einheiten ausdrücken können, nämlich in a und a′ (= Netzebenenabstand der Würfelflächen von Steinsalz bezw. Bromkalium), können wir wieder das Verhältnis dieser Größen berechnen. Aus der Orientierung des strahlenden Steinsalzkristalls (Seite 53) ergibt sich

$$\lambda_0 = 0{,}138 \cdot 2\,a$$

während der in a′ gemessene Wert von λ_0 nach Tabelle XVIII beträgt:

$$\lambda_0 = 0{,}120 \cdot 2\,a'$$

somit $$a : a' = 0{,}120 : 0{,}138 = 1 : 1{,}150.$$

Wir wollen nun dieses Verhältnis theoretisch berechnen für die 2 einfachsten Annahmen, nämlich:

I. für ein einfach kubisches Raumgitter von BrK-Molekülen.
II. für ein flächenzentriertes Raumgitter von BrK-Molekülen.

Aus dem Molekulargewicht μ' von Bromkalium (bezw. μ von Steinsalz) und der Dichte s′ (bezw. s) ergibt sich unter Benützung der auf Seite 63 abgeleiteten Formeln 15b bezw. 16b

$$\text{im Fall I: } a' = \sqrt[3]{\frac{\mu' m_H}{s'}}, \quad \text{im Fall II: } a' = \sqrt[3]{\frac{\mu' m_H}{2 s'}}.$$

Bei dem Braggschen Steinsalzraumgitter (Fig. 23) ist der Netzebenenabstand a aufeinanderfolgender Würfelebenen gleich der Kantenlänge des Elementarkubus, dessen acht Eckpunkte

mit 4 Na-Atomen und mit 4 Cl-Atomen besetzt sind. Formel 17b (Seite 64) liefert dann den Wert

$$a = \sqrt[3]{\frac{\mu m_H}{2s}}.$$

(Ein Vergleich mit Formel 16b zeigt übrigens, daß sich derselbe Wert für a ergeben würde unter Annahme eines flächenzentrierten Molekülraumgitters.)

Das Verhältnis a : a′ lautet dann nach Einsetzen der Größen[1])

$$\mu = 58{,}46 \qquad \mu' = 119{,}02$$
$$s = 2{,}17 \qquad s' = 2{,}75$$

im Fall I: $a : a' = 1 : 1{,}476$
im Fall II: $a : a' = 1 : 1{,}171$

Da sich der experimentelle Wert 1 : 1,150 von dem theoretischen Wert 1 : 1,171 nur um 1,8% unterscheidet, so ist aus diesem Versuchsergebnis zu folgern, daß das dem Bromkaliumkristall zu Grunde liegende Raumgitter unbedingt zum flächenzentrierten Typus gehören muß. Was den Umstand anbelangt, daß die Abweichung vom theoretischen Wert 1,8% beträgt, während der Versuchsfehler früher zu 1,5% angegeben wurde, so ist zu berücksichtigen, daß die in der Literatur sich vorfindenden Angaben über die Dichte von kristallisiertem Bromkalium sich innerhalb eines Spielraums von etwa 12% bewegen, was für die Gitterkonstantenberechnung eine Unsicherheit von über 2% bedeutet. Benützt wurde der nach den neuesten Bestimmungen von Krickmeyer[2]) ermittelte Wert s = 2,75.

Obgleich nun mit den oben besprochenen Versuchsergebnissen die Annahme eines Molekülraumgitters wohl verträglich wäre, so verdient doch aus Analogiegründen (Isomorphie von Bromkalium mit Sylvin), die von W. L. Bragg vorgebrachte Ansicht (deren Richtigkeit auch aus unseren Aufnahmen direkt zu folgern ist) den Vorzug, daß das Bromkaliumgitter aus einer Ineinanderstellung von 2 flächenzentrierten, mit Br- bezw. K-Atomen besetzten Elementargittern bestehe, von dem des höheren Atomgewichts wegen das Bromgitter bedeutend wirksamer sei. Der Extremfall, daß überhaupt nur die Br-Atome strahlen, ist identisch mit der Annahme eines mit Molekülen besetzten Raumgitters; denn, wie aus Fig. 23 ersichtlich ist, ist

[1]) Landolt-Börnstein, Tabellen 4. Aufl. 1912.
[2]) Zeitschr. f. physik. Chemie XXI, S. 81.

es dann für die Interferenzwirkung der Röntgenstrahlen ohne Bedeutung, ob man sich die als Kreise gezeichneten K-Atome im Abstand a von den Br-Atomen entfernt denkt, oder ob man annimmt, daß sie direkt mit den Br-Atomen vereinigt sind.

§ 8. Struktur des Flußspats.

Bei primären Aufnahmen zeichnete sich unter den regulären Kristallen neben Steinsalz und Sylvin vor allem Flußspat durch eine sehr große Anzahl intensiver Interferenzpunkte aus. Trotz verschiedener Bemühungen war es nicht gelungen, einen Flußspatkristall zu bekommen, bei dem die einzelnen Interferenzpunkte so homogene Schwärzungen zeigten, wie z. B. bei guten Steinsalzstücken.[1]) Da Flußspat oktaedrische Spaltbarkeit besitzt, wurde zu den Aufnahmen eine parallel zu einer Würfelfläche geschliffene, vollständig klar durchsichtige Platte von 1 mm Dicke verwandt.

Zur Identifikation der einzelnen Interferenzpunkte mußte dieses Mal an Stelle der sonst ausreichenden Bestimmung durch Kreise die genaue Konstruktion der Schnittpunkte der Zonenkegel mit der Y- und Z-Achse ausgeführt werden. Das Auffinden der zu den einzelnen Zonenellipsen gehörigen Indizes wurde sonst dadurch erleichtert, daß der Reihe nach die einfachsten Zahlenverhältnisse auftraten, z. B. Fig. 15a 130, 120 u. s. f., während bei Flußspat in dieser Zahlenfolge einige Lücken zu bemerken sind; die später zu erläuternde Konstruktion in Fig. 25a ergab, daß die in der XY-Ebene verlaufenden Zonenachsen die Achsenabschnitte 1:2, 3:5, 2:3, 5:7 besitzen. Es fehlt der Wert 4:7, der zwischen 1:2 und 3:5 liegen müßte; ebenso ist bei den in der XZ-Ebene (Fig. 26b) liegenden Zonenachsen zwischen den Verhältnissen 1:5 und 1:7 der Wert 1:6 ausgefallen. Ein Blick auf die Übersichtsfigur 27a zeigt, daß überhaupt die höheren Indizes nur in ungeraden Kombinationen sich vorfinden; eine Erklärung für diese Erscheinung wird bei der Besprechung der Gitterstruktur gegeben werden.

Konstruktion der Zonenkegel: Nach früherem werden sämtliche Zonenkegel mit Ausnahme des Hauptkreises von der Ebene der parallel zum Kristall aufgestellten photographischen Platte in Ellipsen geschnitten. Statt den ganzen Verlauf dieser Ellipsen

[1]) Vergl. Photogramm No. 8 (Tafel IV) Flußspat mit No. 3 (Tafel II) Steinsalz.

zu konstruieren, erwies es sich als ausreichend, nur ihre Schnittpunkte mit der Y- und Z-Achse zu bestimmen, da auf den Photogrammen deutlich zu erkennen war, welche Punkte zu ein und derselben Zonen-Ellipse gehörten. Die in Fig. 25 a und b, sowie Fig. 26a und b ausgeführten Konstruktionen beziehen sich auf das in Tafel IV abgebildete Photogramm No. 8, bei dessen Aufnahme der Plattenabstand A = 40,5 mm und der Winkel $\varphi = 17^0\,50'$ betrug. Die genaue Lage der auf der Y-Achse liegenden Interferenzpunkte wird in folgender Weise gefunden:

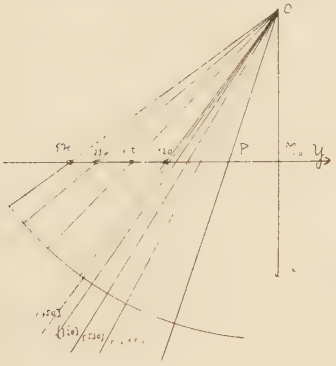


Fig. 25 a.

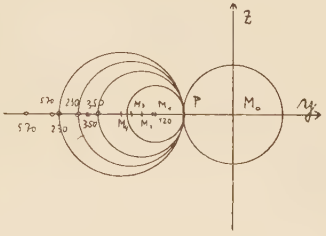


Fig. 25 b.

man zeichne ein rechtwinkeliges Achsenkreuz (Fig. 25 a) mit dem Mittelpunkt M_0 und bestimme auf beiden Achsen je einen Punkt O bezw. P so, daß $M_0P = r$ und $M_0O = A$ ist (r = Radius des Hauptkreises auf der Platte). Dann ziehe man durch O Gerade von solcher Richtung, daß ihre Achsenabschnitte in einfachen Zahlenverhältnissen stehen. Indem man jedesmal den Winkel, den O P mit jeder dieser Geraden bildet, nach der anderen Seite der betreffenden Geraden anträgt, erhält man neue, durch O gehende Geraden, deren Schnitt mit der Y-Achse die genaue Lage der gesuchten Interferenzpunkte liefert. In Fig. 25b sind außer diesen Punkten[1]) 120, 350 usw. die nach der früheren Weise um M_1, M_2 usw. beschriebenen Zonenkreise gezogen, um zu zeigen, wie beträchtlich sich die wahre Lage der Interferenzpunkte von der durch diese Kreiskonstruktion ermittelten unterscheidet.

Bei der Bestimmung der Schnittpunkte der Z-Achse mit denjenigen Zonenkegeln, deren Achsen in der XZ-Ebene ver-

[1]) In Fig. 25 b sind dies diejenigen Punkte der y-Achse, welche nicht auf den Kreisen liegen.

laufen, ist zuerst zu berechnen, welchen Winkel jede Zonenachse mit dem Primärstrahl einschließt. Aus der Orientierung des Kristalls ($\varphi = 17^0\,50'$) ergaben sich für die Zonenachsen mit den Achsenverhältnissen 1 : 7, 1 : 5, 1 : 4, 1 : 3, die in Fig. 26b mit ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 bezeichneten Winkelgrößen. Bezeichnen wir die Schnittpunkte der Zonen-Ellipsen mit der Z-Achse auf der photographischen Platte mit Z_1, Z_2 . . (Fig. 26a) und mit M_1, M_2 . . . die Punkte, in denen die Z-Achse von der betreffenden Zonenachse getroffen wird, so bilden die von dem Kristallmittelpunkt O nach Z_1, Z_2 . . . gezogenen Geraden mit

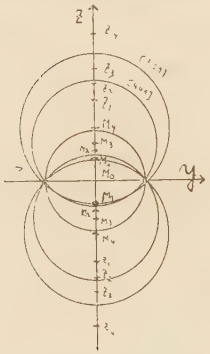


Fig. 26 a.

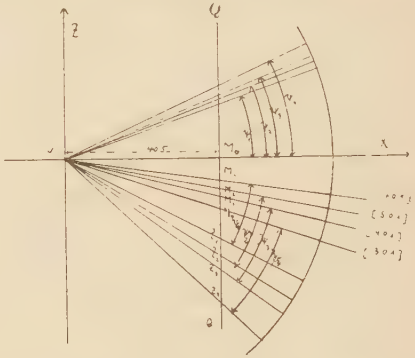


Fig. 26 b.

den betreffenden Zonenachsen die oben berechneten Winkel ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4. Denn OZ_1, OZ_2 . . . ist je eine Leitlinie eines solchen Zonenkegels, während der Primärstrahl allen diesen Kegeln als Leitlinie angehört. Während nun die Entfernung M_0M_1 usw. direkt aus dem Plattenabstand berechnet werden kann, muß die Strecke M_1Z_1 durch eine besondere Konstruktion gefunden werden. In Fig. 26b, deren Zeichenebene gleich der XZ-Ebene in dem bisher immer zu Grunde gelegten Koordinatensystem ist, bedeutet M_0Q die Spur der Ebene der photographischen Platte. Die Strecke OM_0 ist also = A = 40,5 mm zu machen; die Schnittpunkte der Zonenachsen (701) u.s.f. entsprechen den Punkten M_1, M_2 . . . aus Fig. 26a. Werden nun die oben berechneten Winkel ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 in der gezeichneten Weise an die Zonenachsen angetragen, so entstehen dadurch neue Gerade durch O, deren Schnitt mit M_0Q die Punkte Z_1, Z_2 . . liefert. Damit sind die gesuchten Strecken M_1Z_1, M_2Z_2 . . gefunden. In Fig. 26a sind ebenfalls wieder zum Zweck der Vergleichung die früher benutzten Kreise eingezeichnet.

Wellenlängenberechnung: Bei der monochromatischen Aufnahme war die Flußspatplatte so aufgestellt, daß

$$\sphericalangle\ \varphi = 17^0\ 35'\ \text{und}\ \delta = 20'\ \text{betrug.}$$

Die Neigung δ wurde deshalb so klein gewählt, weil sehr viele Interferenzpunkte mit großen dritten Indizes (z. B. 117) auftraten, deren Wellenlänge nach S. 33 sehr stark schon durch eine geringe Neigung beeinflußt wird. Als Quelle der monochromatischen Strahlung diente ein Sylvinspaltstück in der auf S. 53 angegebenen Orientierung. Die ausgesandte Wellenlänge betrug

$$\lambda_0 = 0{,}130 \cdot 2\,a,$$

wenn a den Netzebenenabstand der Würfelflächen bedeutet, der ja bei Sylvin direkt gleich der Kantenlänge des Elementarkubus ist. Die Berechnung der Wellenlängen geschah wieder unter der einfachsten Annahme eines kubischen Raumgitters, dessen acht Eckpunkte mit je einem CaF_2-Molekül besetzt sind. Die nach 23stündiger Expositionszeit in großer Zahl auf dem monochromatischen Photogramm (Fig. 27b) erschienenen Interferenzpunkte sind mit den ihnen zukommenden Wellenlängen in folgender Tabelle zusammengestellt; als Einheit wurde dieses Mal an Stelle des Würfelebenenabstands a_0 der Netzebenenabstand d_0 der Dodekaederfläche 011 gewählt $\left(d_0 = \frac{a_0}{\sqrt{2}}\right)$, da es sich später ergeben wird, daß bei Flußspat eine Anomalie in Bezug auf den Abstand aufeinanderfolgender Würfelflächen vorliegt.

Tabelle XX.

Index	$\frac{\lambda}{\sqrt{2} \cdot d_0} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{\sqrt{2} \cdot d_0} \cdot 10^3$
010	302,0	$1\bar{1}5$	25,2
011	148,0	114	71,1
$0\bar{1}1$	154,0	$13\bar{4}$	72,4
$2\bar{3}\bar{1}$	71,9	041	71,4
$2\bar{3}1$	71,0	230	76,9
$5\bar{7}\bar{1}$	35,45	$21\bar{5}$	74,6
$3\bar{5}\bar{1}$	38,65	113	112,45
$3\bar{5}1$	38,35	223	75,6

Die charakteristischen Werte, um die sich die Wellenlängen gruppieren, sind:

296, 148, 74, 37, 25.

Folgende Überlegungen zeigen, daß der in derselben Einheit ausgedrückte Wert der ausgesandten Grundwellenlänge von der Größenordnung 148 sein muß. Unter Berücksichtigung der Intensität der Interferenzpunkte können nämlich als Grundton nur die Werte 148 und 74 in Frage kommen. Im letzteren Fall würde aber die starke Schwärzung des nunmehr mit $2\lambda_0$ über-

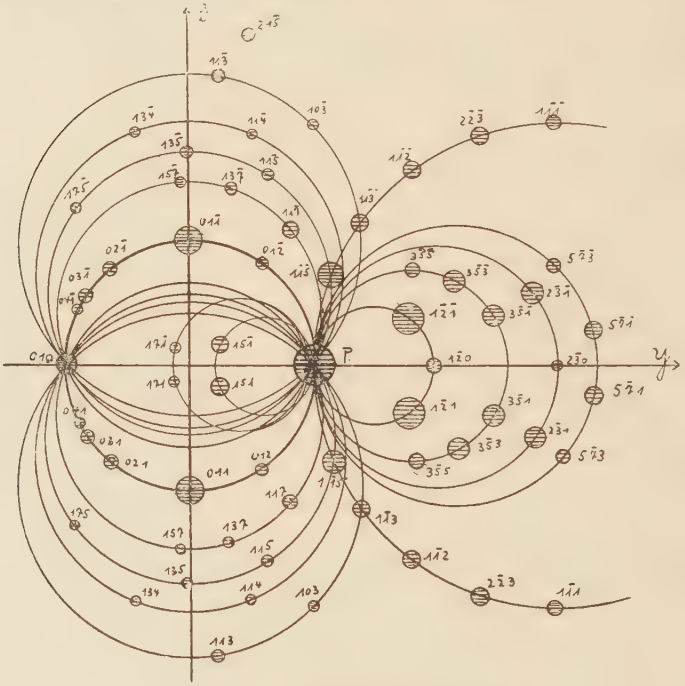


Fig. 27 a. „Weisses" Photogramm.

einstimmenden Punktes 011 (bezw. 011) mit den früheren Erfahrungen über die Intensität der Reflexion zweiter Ordnung von λ_0 in Widerspruch stehen. Auch müßte dann der ebenfalls ziemlich intensive Punkt 010 mit 302 als Vertreter der 4. Ordnung gedeutet werden. Das häufige Auftreten von Punkten mit gänzlich ungeraden Indizes, deren Wellenlänge alle mit $\frac{\lambda_0}{4}$ übereinstimmen würden, weist darauf hin, daß man es hier wieder wie früher bei Steinsalz und Bromkalium mit dem Typus eines flächenzentrierten Raumgitters zu tun hat. Unter dieser Annahme läßt sich auch $1\bar{1}5$ mit dem Wert 25,2 zwanglos als Ver-

treter des 2. Obertons $\frac{\lambda_0}{3}$ erklären, während dieser Punkt nach Tabelle XX als Vertreter des 5. Obertons $\frac{\lambda_0}{6}$ angesehen werden müßte. Wird mit d′ der neue Dodekaederabstand bezeichnet, so ergeben sich folgende Werte der Wellenlängen:

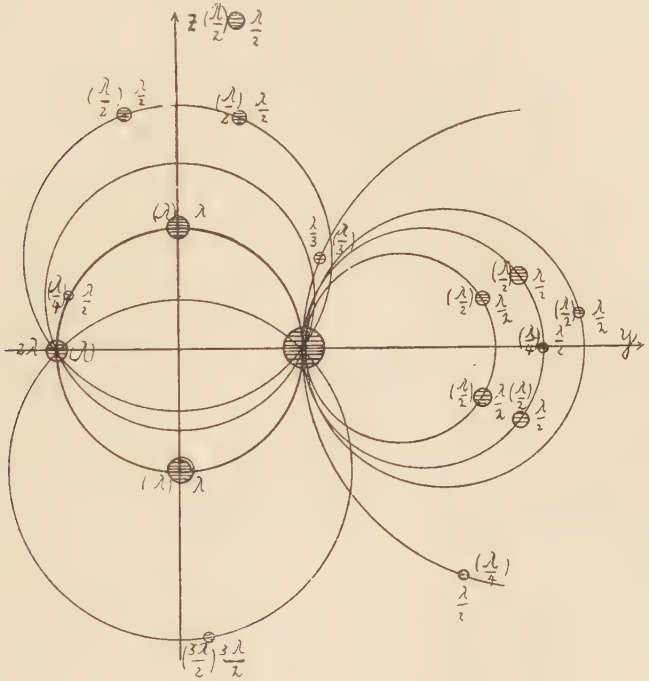


Fig. 27 b. „Monochromatisches" Photogramm.

Tabelle XXI.

Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d'}\cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d'}\cdot 10^3$
010	302,0	$1\bar{1}5$	50,4
011	148,0	114	71,1
$01\bar{1}$	154,0	134	72,4
$2\bar{3}1$	71,9	$04\bar{1}$	71,4
$2\bar{3}1$	71,0	$2\bar{3}0$	76,9
$5\bar{7}1$	70,9	215	74,6
$3\bar{5}1$	77,3	113	224,9
351	76,7	223	75,6

Bei der Berechnung der übrigen, auf der „weißen“ Aufnahme (Fig. 27a) sichtbaren Punkte wurde dieses Mal unterschieden zwischen Punkten

1. mit gemischten Indizes (Tabelle XXII) und solchen
2. mit lauter ungeraden Indizes (Tabelle XXIII).

Die Tabellen XXII und XXIII A sind berechnet unter der Annahme eines flächenzentrierten Molekülraumgitters. Für die Punkte der Abteilung 2) sind in Tabelle XXIIIB die Wellenlängen zusammengestellt, die sich im Falle des einfach kubischen Raumgitters ergeben würden; die Werte in Tabelle XXII ändern sich hierbei nicht, nur ist statt d zu schreiben d′ (d bezw. d′ bedeuten die Abstände der Dodekaederebenen in beiden Fällen).

Tabelle XXII.

Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d'} \cdot 10^3$
$1\bar{2}0$	69,8	$02\bar{1}$	122,0
$1\bar{2}\bar{1}$	59,2	021	119,6
$1\bar{2}1$	57,2	$03\bar{1}$	91,2
$10\bar{3}$	97,1	031	90,0
103	93,5	041	70,7
114	68,4	$1\bar{1}\bar{2}$	110,5
134	70,6	$1\bar{1}2$	106,5
$01\bar{2}$	62,8	$2\bar{2}\bar{3}$	77,6
012	58,0		

Tabelle XXIII.

Index	A. $\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d'} \cdot 10^3$	B. $\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}\cdot d} \cdot 10^3$
$3\bar{5}\bar{3}$	63,6	31,8
$3\bar{5}3$	61,9	30,95
$3\bar{5}\bar{5}$	46,7	23,35
355	44,7	22,35
$5\bar{7}1$	70,5	35,25
$5\bar{7}\bar{3}$	64,3	32,15
$5\bar{7}3$	63,4	31,7
117	47,6	23,8
137	64,4	32,2
137	61,6	30,8
157	66,8	33,4

Index	A. $\frac{\lambda_0}{\sqrt{2} \cdot d'} \cdot 10^3$	B. $\frac{\lambda_0}{\sqrt{2} \cdot d} \cdot 10^3$
157	64,6	32,3
11$\bar{5}$	95,2	47,6
115	90,7	45,35
13$\bar{5}$	108,0	54,0
135	104,5	52,25
17$\bar{5}$	82,6	41,3
175	81,0	40,5
11$\bar{3}$	231,5	115,75
1$\bar{1}$5	46,0	23,0
1$\bar{1}\bar{3}$	121,6	60,8
11$\bar{3}$	115,0	57,5
1$\bar{1}\bar{1}$	438,0	219,0
1$\bar{1}$1	430,0	215,0
11$\bar{7}$	50,8	25,4
15$\bar{1}$	182,9	91,45
151	182,0	91,0
17$\bar{1}$	120,5	60,25
171	120,0	60,0

Bei Flußspat weist schon das Aussehen des primären Photogramms auf den flächenzentrierten Gittertypus hin. Ein Blick auf Tabelle XXIII B zeigt, daß darin großenteils außerordentlich kurze Wellenlängen vertreten sind, während die kleinsten Werte in Tabelle XXII etwa doppelt so groß sind wie die in Tabelle XXIII B. Unter Annahme eines flächenzentrierten Gitters sind dagegen die kürzesten Wellenlängen in Tabelle XXII und Tabelle XXIII A gleichermaßen vertreten. Dann ist auch die auf Seite 72 konstatierte Tatsache verständlich, daß zwar der Zonenkreis 1 : 7, nicht aber 1 : 6 vertreten ist. Auf dem Zonenkreis 1 : 7 liegen nämlich nach Fig. 27a nur Punkte mit lauter ungeraden Indizes ; da sich die Indexquadratsummen von 117 und 127 kaum unterscheiden, wird man mit Recht schließen, daß die dem Punkt 127 entsprechende Wellenlänge, die im Falle eines flächenzentrierten Gitters etwa halb so groß ist wie die von 117, in der Primärstrahlung nicht in genügender Intensität vertreten ist. Das Fehlen des Zonenkreises 1 : 6 ist somit darauf zurückzuführen, daß Punkte mit hohen Indizes, also mit geringem Netzebenenabstand, mit Rücksicht auf die Energieverteilung

im „weißen" Röntgenspektrum, nur dann erscheinen können, wenn ihre Indizes lauter ungerade Zahlen sind, so daß durch die Flächenzentrierung der Netzebenenabstand (im Vergleich zum Würfelebenenabstand) verdoppelt wird.

Die Bestimmung des genauen Wertes von λ_0, der für die Gitterkonstantenvergleichung nötig ist, wird durch die große Anzahl der auf der monochromatischen Aufnahme erschienenen Punkte sehr erleichtert: Punkt $3\bar{5}\bar{1}$ mit 77,3 ist gerade noch sichtbar; der erste Oberton $\frac{\lambda_0}{2}$ kann sich also höchstens um 4,5% von 77,3 unterscheiden, d. h. die untere Grenze des für $\frac{\lambda_0}{2}$ möglichen Spielraums ist somit 77,3 — 3,5 = 73,8. Andererseits ist dagegen der Punkt $2\bar{2}\bar{3}$ mit 77,6 nicht mehr zu sehen; unter der Annahme, daß seine Abweichung von dem gesuchten Wert von $\frac{\lambda_0}{2}$ mindestens 4,5% betragen muß, ergibt sich 77,6 — 3,5 = 74,1 als obere Grenze dieses Intervalls. Unter Benützung des Wertes

$$\frac{\lambda_0}{2} = 74{,}0 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3} \quad \text{somit} \quad \lambda_0 = 148 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3}$$

ergeben sich dann für die in Tabelle XXI enthaltenen Punkte folgende Abweichungen von den charakteristischen Werten λ_0, $\frac{\lambda_0}{2}$ ...:

Tabelle XXIV.

Index	Abweichung	Index	Abweichung
010	2 % von $2\lambda_0$	$1\bar{1}\bar{5}$	2,2% von $\frac{\lambda_0}{3}$
011	0 % „ λ_0	$11\bar{4}$	4,0% „ $\frac{\lambda_0}{2}$
$01\bar{1}$	4 % „ λ_0	$13\bar{4}$	2,2% „ „
$2\bar{3}\bar{1}$	2,8% „ $\frac{\lambda_0}{2}$	$04\bar{1}$	3,5% „ „
231	4,0% „ „	$23\bar{0}$	3,9% „ „
$5\bar{7}\bar{1}$	4,2% „ „	$21\bar{5}$	0,8% „ „
$3\bar{5}\bar{1}$	4,4% „ „	$22\bar{3}$	2,2% „ „
$3\bar{5}1$	3,6% „ „	113	1,3% „ $\frac{3\lambda_0}{2}$.

An den symmetrischen Punkten $2\bar{3}\bar{1}$ bezw. 231 und $3\bar{5}\bar{1}$ bezw. 351, die auf der „weißen" Aufnahme keinerlei Schwär-

zungsunterschiede zeigen, läßt sich sehr schön beobachten, wie jedesmal der Punkt mit der größeren Abweichung auf dem monochromatischen Photogramm (Fig. 27b) etwas weniger intensiv gekommen ist, ein Beweis dafür, daß der gewählte Wert $\lambda_0 = 148 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3}$ ziemlich genau richtig sein muß. Der Vertreter des 2. Obertons $\frac{\lambda_0}{3}$, Punkt $1\overline{15}$ ist schwach, aber mit unzweifelhafter Deutlichkeit zu erkennen. 117 mit 50,8 dessen Divergenz 3% von $\frac{\lambda_0}{3}$ beträgt, ist an der Grenze der Sichtbarkeit und deshalb in Tabelle XXIV nicht aufgenommen worden. Die schon früher bei dem II. Sylvinversuch konstatierte Tatsache, daß die Intensität[1]) des in 3. Ordnung reflektierten 1. Obertons $\frac{\lambda_0}{2}$ eben groß genug ist, um auf dem monochromatischen Photogramm vertreten zu sein, hat durch das Erscheinen von 113 mit 1,3% Abweichung von $\frac{3\lambda_0}{2}$ eine Bestätigung gefunden.

Gitterkonstantenvergleichung: Nach Obigem lautet die Beziehung für die in d′ (Netzebenenabstand der Dodekaederfläche von Flußspat im Fall eines flächenzentrierten Molekülraumgitters) ausgedrückte Grundwellenlänge

$$\lambda_0 = 0{,}148 \cdot \sqrt{2} \cdot d'.$$

Andererseits betrug der früher (s. Seite 53) in a (Würfelebenenabstand von Sylvin) gemessene Wert $\lambda_0 = 0{,}130 \cdot a$ oder

$$\lambda_0 = 0{,}130 \cdot \sqrt{2} \cdot d,$$

wenn mit $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$ der Netzebenenabstand der Dodekaederfläche bezeichnet wird; somit ergibt sich das Verhältnis

$$d : d' = 0{,}148 : 0{,}130 = 1 : 0{,}878.$$

Theoretisch berechnet sich d′ aus Formel 16b S. 64 zu

$$d' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[3]{\frac{\overline{\mu'}\,\overline{m}_H}{2s'}}.$$

Aus Fig. 23 (Raumgitter von Sylvin) ist ersichtlich, daß d die Diagonale eines Würfels mit der Kantenlänge a ist, dessen

[1]) Vgl. § 9 Energieverteilung und Obertöne.

acht Eckpunkte von 4 K-Atomen und 4 Cl-Atomen besetzt sind. Da nach Formel 17a

$$a = \sqrt[3]{\frac{\mu m_H}{2s}}$$

ist, ergibt sich

$$d = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[3]{\frac{\mu m_H}{2s}} .$$

somit

$$d : d' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{s}} : \sqrt[3]{\frac{\mu'}{s'}} .$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte

$$\left.\begin{matrix} \mu = 74{,}56 \\ s = 1{,}98 \end{matrix}\right\} \text{Sylvin,} \quad \left.\begin{matrix} \mu' = 78{,}09 \\ s' = 3{,}18 \end{matrix}\right\} \text{Flußspat,}$$

erhält man $d : d' = 1 : 0{,}867.$

Durch die gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert 1 : 0,878 — der Unterschied beträgt nur 1,3% — wird also die Annahme bestätigt, daß das Flußspatgitter zum flächenzentrierten Typus gehören muß.

Struktur: Eine Tatsache hat bis jetzt noch keine Erwähnung gefunden, nämlich daß der mit $2\lambda_0$ übereinstimmende Punkt 010 auf der monochromatischen Aufnahme im Vergleich zu den Aufnahmen von Bromkalium und Sylvin sehr gut sichtbar ist, obgleich die Abweichungen bei Flußspat am größten waren, nämlich 2%, während sie beim Bromkalium 0,8%, bei Sylvin nur 0,4% betrugen. Zunächst schien die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinung in der geringeren Wärmebewegung des Flußspats zu liegen; nach Debye [1]) nimmt nämlich die Intensität der höheren Ordnungen ziemlich stark ab und zwar umsomehr, je größer die Wärmebewegung der den betreffenden Kristall aufbauenden Moleküle bezw. Atome ist. Doch war dieser theoretisch berechnete Intensitätsabfall bei einem Vergleich zwischen Sylvin und Flußspat nicht so bedeutend, wie er nach dem Verhältnis der Schwärzungen hätte erwartet werden müssen. Somit blieb nur noch eine Möglichkeit übrig, nämlich die Ursache für diese Erscheinung in strukturellen Besonderheiten des Flußspatgitters zu suchen, und diese Erklärung lieferte eine gerade nach Beendigung dieses Versuches erschienene Arbeit von W.L.Bragg.[2])

[1]) Ann. der Physik 43. 84. 1914.
[2]) Proc. Roy. Soc. 89. 468. 1914.

Nach der Ansicht von Bragg sind in den Elementarkubus eines flächenzentrierten mit Ca-Atomen besetzten Raumgitters noch 8 F-Atome in der Weise hineingestellt, daß zwar die Abstände der Dodekaederflächen keine Änderung erleiden, daß aber zwischen je 2 Würfelebenen in der Mitte eine neue Zwischenebene entsteht. Den Elementarkubus hat man sich dann aufgebaut zu denken aus 5 in gleichen Abständen übereinander angeordneten Schichten, die einzeln in Fig. 28 gezeichnet sind. Die stärkeren Punkte bedeuten die Ca-Atome, die schwächeren die F-Atome; I und V sind untere und obere Begrenzungsfläche

Fig. 28.

dieses Elementarkubus. Der senkrechte Abstand der einzelnen Schichten von einander ist ersichtlich gleich dem 4. Teil der Kantenlänge dieses Elementarwürfels.

Da sich auf dem monochromatischen Photogramm die Wirkungen sehr vieler Netzebenen neben einander vorfinden, sind wir in den Stand gesetzt, die Richtigkeit des von Bragg auf Grund von Reflexionsmessungen an nur 3 Ebenen (nämlich 010, 011, 111) aufgestellten Raumgittermodells auf folgende Weise zu prüfen: Durch Einfügung dieser 8 F-Atome werden je nach der Lage der einzelnen Netzebenen unter Umständen neue Zwischenebenen gebildet; die dadurch hervorgerufene Verminderung des Netzebenenabstands bewirkt eine entsprechende Verkürzung der für diese Ebenenfolge passenden Wellenlänge. Dann ist es sehr wohl möglich, daß z. B. ein Interferenzpunkt, der früher mit $\frac{\lambda_0}{2}$ (1. Oberton) übereinstimmte, nunmehr als Vertreter des 3. Obertons $\frac{\lambda_0}{4}$ zu deuten ist. Um diese Prüfung im Einzelnen durchführen zu können, ist zunächst für jede der in Tabelle XXI enthaltenen Netzebenen zu bestimmen, ob eine Einfügung der F-Atome die Bildung von neuen Zwischenebenen bewirkt. Die graphische Methode ist in Fig. 29 auf die Ebene 230 angewandt; es ist hieraus ersichtlich, daß jeweils in der Mitte zwischen 2 ursprünglichen Ebenen neue

Ebenen (in Fig. 29. gestrichelt gezeichnete) einzuziehen sind. Zu übersichtlicheren Resultaten führt jedoch eine rechnerische Behandlung des Problems[1]): aus den Millerschen Indizes (η_1, η_2, η_3) einer Ebene ergeben sich sowohl die Richtungskosinus ihrer Normalen mit den Würfelkanten (aus Gleichung 6, S. 32), als auch der Abstand aufeinanderfolgender Ebenen (aus Gleichung 1, S. 25). Da es sich hier um ein flächenzentriertes Raumgitter handelt, so ist wieder zu unterscheiden zwischen Ebenen

1. mit gemischten Indizes
2. mit lauter ungeraden Indizes.

Wählen wir wieder die Würfelkanten als Achsen eines rechtwinkeligen Koordinatensystems und setzen wir die Kantenlänge

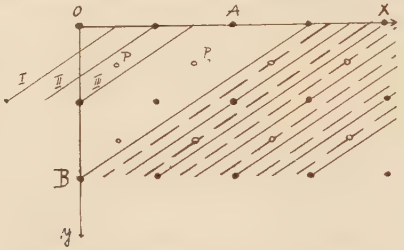


Fig 29. Projektion auf eine Würfelebene.

(O A bezw. O B in Fig. 29) des Elementarkubus = 1, so lautet die Gleichung derjenigen Netzebene von der Ebenenfolge (η_1, η_2, η_3,), welche den geringsten Abstand von O hat,

$$\text{im 1. Fall: } x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = \tfrac{1}{2} \qquad (19\,a)$$

$$\text{im 2. Fall: } x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = 1. \qquad (19\,b)$$

Die nächstfolgende dieser Netzebenen hat die Gleichung

$$\text{im 1. Fall: } x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = 2 \cdot \tfrac{1}{2}$$

$$\text{im 2. Fall: } x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = 2 \cdot 1;$$

man sieht sofort, daß man die Gesamtheit sämtlicher aufeinanderfolgenden Netzebenen von einer gewissen durch (η_1, η_2, η_3) bestimmten Orientierung erhält, wenn man in die Gleichung

$$(1)\quad x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = \tfrac{p}{2} \text{ bezw.} \qquad (20\,a)$$

$$(2)\quad x\,\eta_1 + y\,\eta_2 + z\,\eta_3 = p \qquad (20\,b)$$

für p der Reihe nach alle ganzen Zahlen 0, 1, 2, 3 . . . einsetzt.

[1]) Eine sehr elegante Behandlung derartiger Fragen mittels Kongruenzen wurde in einem nach Abschluß dieser Arbeit veröffentlichten Aufsatz von Ewald angegeben. Ewald Ann. d. Phys. 44, 261, 1914.

1. Sollen nun bei Ebenen mit gemischten Indizes durch Einfügung der F-Atome keine neuen Zwischenebenen entstehen, so muß jedes F-Atom auf eine der ursprünglichen Ebenen zu liegen kommen, d. h. die Gleichung (20a) muß durch Einsetzen der Koordinaten eines beliebigen F-Atoms identisch erfüllt sein. Wählen wir als Beispiel den Punkt P (Fig. 29), dessen Koordinaten lauten $x_0 = y_0 = z_0 = \frac{1}{4}$ (es ist zu berücksichtigen, daß in Fig. 29 die Projektion der Gitterpunkte auf eine Würfelfläche dargestellt ist). Gleichung 20a lautet dann nach Einsetzen dieser Koordinaten

$$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \right\} \qquad (21)$$

d. h. die Summe der 3 Indizes muß eine gerade Zahl sein. Da es sich hier um Ebenen mit gemischten Indizes handelt, so ist dies dann der Fall, wenn 2 der Indizes ungerade und der dritte gerade ist. Ist dagegen die Indizessumme eine ungerade Zahl (d. h. 2 der Indizes eine gerade und der dritte eine ungerade Zahl), so ergeben sich auf der rechten Seite von Gleichung (20a) solche Zahlen, die gerade in der Mitte von 0, 2, 4 . . . liegen. Da aber nun alle diese Gleichungen (19), (20) u. s. f. von einer bekannten Formel der analytischen Geometrie (der sogen. „Normalform" einer Ebene) abgeleitet sind, so ist die rechte Seite dieser Gleichungen proportional dem Abstand der betreffenden Ebenen vom Koordinatenanfangspunkt O. Wenn sich also beim Einsetzen der Koordinaten eines F-Atoms[1]) in Gleichung (20a) auf der rechten Seite Werte ergeben, die genau in der Mitte zwischen den in Gleichung (21) angeschriebenen Zahlen liegen, so bedeutet dieses rechnerische Resultat, daß das F-Atom auf einer solchen Ebene liegt, die den Abstand zwischen 2 ursprünglichen Ebenen halbiert.

2. Es läßt sich nun beweisen, daß bei allen Netzebenen mit lauter ungeraden Indizes durch Einfügen der F-Atome immer neue Zwischenebenen gebildet werden müssen. Denn sollte ein solches F-Atom auf eine ursprüngliche Ebene zu liegen kommen, so müßte z. B. für P mit $x_0 = y_0 = z_0 = \frac{1}{4}$ die aus Gleichung (20b) abgeleitete Beziehung

$$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 4 \\ 8 \\ 12 \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \right\} \text{ erfüllt sein.} \qquad (22)$$

[1]) Die Koordinaten aller F-Atome sind von der Form $\frac{n}{4}$, wobei n immer eine ungerade ganze Zahl ist.

Da die Summe von 3 ungeraden Indizes immer eine ungerade Zahl ist, so kann dieser Fall niemals eintreten. Es läßt sich nun durch Einsetzen der Koordinaten eines zweiten F-Atoms (P_1 Fig. 29) in Gleichung (20b) zeigen, daß bei jeder Netzebene immer ein solches Paar von ungeraden Zahlen auftritt, das in einem Intervall liegt, dessen Grenzen durch 2 aufeinanderfolgende Zahlen von der in Gleichung (22) angeschriebenen Form gebildet werden.

Beispiel: Netzebene 113. Gleichung (22) lautet: $1 + 1 + 3 = 5$. Koordinaten von P_1 $x_1 = \frac{3}{4}$, $y_1 = \frac{1}{4}$, $z_1 = \frac{1}{4}$ in Gleichung (20b) eingesetzt, gibt $3 + 1 + 3 = 7$.

5 und 7 liegen in dem Intervall 4 bis 8. Es läßt sich somit der Satz ableiten, daß bei ungeraden Netzebenen immer neue Zwischenebenen auftreten, die von den alten Ebenen um $\frac{1}{4}$ bezw. $\frac{3}{4}$ des ursprünglichen Netzebenenabstandes entfernt sind.

Die Änderungen, die die Netzebenenabstände erleiden durch Einführung von 8 F-Atomen pro Elementarkubus in der von Bragg angegebenen Weise, lassen sich kurz dahin zusammenfassen:

a) Ebenen mit lauter ungeraden Indizes; Auftreten von Zwischenebenen in $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ des ursprünglichen Netzebenenabstands.

b) Ebenen mit gemischten Indizes, Summe der Indizes eine gerade Zahl: keine neuen Ebenen.

c) Ebenen mit gemischten Indizes, Summe der Indizes eine ungerade Zahl: Halbierung des ursprünglichen Netzebenenabstands.

a) Zu dieser Klasse gehören von den in Tabelle XXI aufgeführten Punkten folgende: $5\overline{7}1$, $3\overline{5}1$, 351, $1\overline{1}5$ 113. Mit Ausnahme von 113, das als dritte Ordnung von $\frac{\lambda_0}{2}$ (1. Oberton) aufgefaßt werden muß, handelt es sich bei diesen Punkten um die 1. Ordnung von $\frac{\lambda_0}{2}$. Durch Einschiebung von Zwischenebenen in Abstand $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ wird zwar die Reflexion 2. Ordnung vollkommen vernichtet, dagegen werden die in 1. und 3. Ordnung reflektierten Wellenlängen hierdurch nicht beeinflußt. Mit Hilfe dieser Punkte läßt sich also aus dem Versuchsergebnis kein Kriterium für die Richtigkeit des von Bragg vorgeschlagenen Raumgittermodells gewinnen.

b) Ebensowenig sind zu diesem Zweck zu gebrauchen die der Klasse b angehörenden Punkte 011, $0\overline{1}1$, $2\overline{3}1$, 231, 114, 134,

215, da ja ihre Netzebenenabstände und damit die ihnen zukommenden Wellenlängen gar nicht geändert werden.

c) In dieser Klasse kommen nach Tabelle XXI folgende 4 Punkte in Betracht: 010, 041, 230, 223. Infolge des Auftretens von Zwischenebenen im halben Abstand sind die in der Tabelle angegebenen Wellenlängen zu halbieren. Daß die nunmehr erforderliche Deutung von 010 als Reflexion 1. Ordnung von λ_0 mit dem experimentellen Befund gut übereinstimmt, ist bereits auf S. 82 erwähnt worden. Die Punkte 041, 230, 223 sind nunmehr als Vertreter des 3. Obertons $\frac{\lambda_0}{4}$ aufzufassen; alle 3 gehören sie zu den schwächsten Punkten des Photogramms (Fig. 27b), jedoch sind 2 von ihnen unzweifelhaft zu erkennen. Diese Tatsache mag aus Intensitätsgründen zunächst etwas befremdend erscheinen, da bei den Steinsalzaufnahmen seinerzeit sogar die Vertreter des 2. Obertons $\frac{\lambda_0}{3}$ ausgeblieben sind. Dazu ist jedoch zu bemerken, daß die Flußspataufnahme mehr als doppelt so lange Zeit exponiert wurde als die Steinsalzaufnahme. Ferner kann der Einwand erhoben werden, daß auf dem Photogramm (Fig. 27b) der Punkt $1\overline{15}$, der von $\frac{\lambda_0}{3}$ sich nur um 2,2% unterscheidet, nicht viel besser zu erkennen ist als 041, 230, 223, obgleich diese einer höheren Ordnung angehören. Diese Erscheinung kann aber vielleicht auf die Inkonstanz der Schleierschwärzung der photographischen Platte zurückzuführen sein, welche naturgemäß gerade bei diesen, eben noch sichtbaren Schwärzungsflecken von großer Bedeutung ist.

Ein weiterer Beweis für die Richtigkeit des Braggschen Raumgittermodells läßt sich aus der primären Aufnahme (Fig. 27a) gewinnen: die Punkte 120 und $1\overline{21}$ haben annähernd gleiche Reflexionswinkel und gleiche Netzebenenabstände. Beide gehören sie zur Abteilung der Punkte mit gemischten Indizes, infolgedessen können im Falle des flächenzentrierten Raumgitters zwischen ihren Wellenlängen keine erheblichen Unterschiede bestehen; nach Tabelle XXII lauten tatsächlich die Werte für ihre Wellenlängen 69,8 und 59,2. Ein Blick auf das Photogramm No. 8 auf Tafel IV zeigt, daß $1\overline{21}$ zu den stärksten Punkten des ganzen Photogramms gehört, während 120 gerade eben noch zu sehen ist. Der Einwand, daß etwa die Wellenlänge 69,8 in der Primärstrahlung nicht in genügender Intensität

enthalten sei, wird durch die Tatsache widerlegt, daß der Punkt 231 trotz größerer Indexquadratsumme mit der Wellenlänge 71,0 sehr starke Schwärzung aufweist. Unter Annahme des Braggschen Raumgittermodells sind jedoch die Wellenlängen der Punkte 120 und $1\bar{2}1$ wesentlich verschieden, nämlich 34,9 und 69,8, da der Netzebenenabstand von 120 (Klasse c) zu halbieren ist, während der von $1\bar{2}1$ (Klasse b) unverändert bleibt. Da nach den früheren Erfahrungen die sehr kurzen Wellenlängen in der Primärstrahlung nur schwach vertreten sind, ist es vollkommen verständlich, warum ein solch großer Intensitätsunterschied zwischen $1\bar{2}0$ und $1\bar{2}1$ besteht. Dasselbe gilt auch von den Punkten $01\bar{2}$ bezw. 012: die Einführung der acht F-Atome bewirkt eine solche Verkleinerung des Netzebenenabstands, daß die für sie passende Wellenlänge statt 62,8 bezw. 58,0 nunmehr 31,4 bezw. 29,0 lautet. Eine Vergleichung des Flußspatphotogramms No. 8 Tafel IV mit dem Steinsalzphotogramm No. 3 Tafel II zeigt sehr deutlich, wie bei Steinsalz, dessen Raumgitter ebenfalls zum flächenzentrierten Typus gehört, die Punkte 012, $01\bar{2}$, 120, $1\bar{2}1$, 121 alle 5 außerordentlich intensiv sind, während bei Flußspat aus den oben erwähnten Gründen 012, $01\bar{2}$ und $1\bar{2}0$ gegenüber den sehr starken Punkten $1\bar{2}1$ und $12\bar{1}$ ganz bedeutend an Intensität verloren haben. (Die Orientierung der Kristalle Flußspat bezw. Steinsalz war bei beiden Aufnahmen annähernd die gleiche). Auf Fig. 27b bezeichnen die eingeklammerten Buchstaben diejenigen charakteristischen Werte, mit denen die Wellenlängen der Punkte übereinstimmen bei Annahme des Braggschen Raumgittermodells, während die anderen Buchstaben sich auf den Fall des flächenzentrierten Molekülraumgitters beziehen.

§ 9. Energieverteilung und Obertöne.

1. Energieverteilung.

Im I. Teil dieser Untersuchungen wurde experimentell bewiesen, daß die von der Röntgenröhre emittierte Strahlung aus einem Gemisch von allen möglichen Wellenlängen besteht; es interessiert nun die Frage: in welcher Intensität sind bei der benutzten Röhrenhärte die einzelnen Wellenlängen in der Primärstrahlung vertreten? Die Schwärzung der Interferenzpunkte auf den Photogrammen ist durch 2 Faktoren[1]) bestimmt, nämlich:

[1]) Der Umstand, daß die verschiedenen Wellenlängen die photographische Platte möglicherweise verschieden stark schwärzen, kann hiebei

1. durch die Intensität der einfallenden Welle und
2. durch die Verschiedenheit des spektralen Auflösungsvermögen der einzelnen Netzebenen (η_1, η_2, η_3) (Lorentzscher Faktor $= \frac{1}{\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2}$.)

Unter Berücksichtigung dieser beiden Gesichtspunkte können wir[1]) nun aus den erhaltenen Photogrammen, wenigstens qualitativ, die Energieverteilung im „weißen" Röntgenspektrum bestimmen.

Die schon mehrfach konstatierte Tatsache, daß die sehr kurzen Wellenlängen offenbar nur sehr schwach im Primärstrahl vertreten sind, wird durch folgende Zusammenstellung der bei den einzelnen Aufnahmen vorkommenden kürzesten Wellenlängen zahlenmäßig belegt. (a = Würfelebenenabstand von Steinsalz):

Tabelle XXV.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	
$1\bar{2}3$	45,2	I. Steinsalzversuch.
$12\bar{3}$	49,5	
$1\bar{3}3$	49,5	
021	46,6	II. Steinsalzversuch.
$02\bar{1}$	51,0	
123	51,1	
012	45,0	I. Sylvinversuch.
$0\bar{2}3$	48,0	
114	50,8	
$1\bar{1}2$	40,2	II. Sylvinversuch.
$10\bar{3}$	40,5	
$2\bar{3}1$	53,0	

Die Übereinstimmung ist eine recht gute zu nennen, zumal da die Sylvinversuche mit einer anderen Röhre (von etwas größerer Härte) aufgenommen wurden als die Steinsalzversuche. Mit Ausnahme des Punktes 012, der sehr nahe beim Primärpunkt liegt, und der von einer Netzebene mit sehr niedrigen Indizes

vernachlässigt werden, da es sich nur um qualitative Vergleiche handelt, ebenso die verschieden starke Absorption der einzelnen Interferenzstrahlen im Kristall.

[1]) Dieser Versuch ist schon von Sommerfeld (Solvay-Note) und dann von Ewald (Ann. 44, p. 257, 1914) unternommen.

herrührt, gehören sämtliche der in Tabelle XXV aufgezählten Punkte zu den schwächsten auf den betreffenden Photogrammen erschienenen Punkten. Wie stark die Intensität nach der Seite der kurzen Wellenlängen zu abfällt, ersieht man am besten durch eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte 023 und 023 auf den Steinsalzphotogrammen No. 3 und No. 4, Tafel II. Aus der früher (s. Seite 21) angegebenen Orientierung des Kristalls berechnen sich die Wellenlängen für

(02$\bar{3}$)
(023) auf No. 3 zu 43

für (02$\bar{3}$)
(023) auf No. 4 zu 34 bezw. 52,

(wobei als Einheit wieder $\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$ gewählt ist).

Während auf No. 3 beide Punkte gleich gut zu sehen sind, ist auf No. 4 nur der Punkt 023 sichtbar. Beide Aufnahmen waren mit der gleichen Röhre gleich lange Zeit (20 Minuten) exponiert worden. Da auf No. 3, Punkt 02$\bar{3}$ mit Wellenlänge 43 noch gut zu sehen ist, muß die Intensität zwischen 43 und 34 geradezu rapid abnehmen.

Weitere Aufschlüsse über den Verlauf der Energiekurve lassen sich durch eine Vergleichung der Punkte 121, $\bar{1}2\bar{1}$, 112 und $11\bar{2}$ gewinnen. Da diese Punkte alle von gleichwertigen Netzebenen herrühren, so geben uns die Schwärzungsverhältnisse direkt ein Maß[1]) für die Intensität der einzelnen Wellenlängen im Primärspektrum:

Tabelle XXVI.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
$\bar{1}21$	60
$\bar{1}2\bar{1}$	72
$\bar{1}12$	100
$\bar{1}1\bar{2}$	126

Auf Photogramm No. 4 ist zwischen den sehr starken Schwärzungen von $\bar{1}21$ und $\bar{1}2\bar{1}$ kein Unterschied zu erkennen: die Energiekurve wird also zwischen 60 und 70 keinen erheblichen Gradienten besitzen; außerdem läßt die überragende Intensität dieser Punkte vermuten, daß gerade diese Wellenlängen besonders stark im Primärstrahl vertreten sein müssen. Einen weiteren Beweis für diese Behauptung liefert der ebenfalls außerordentlich kräftige Punkt 012 mit 64,0. Gehen wir nun

[1]) S. Anm. auf S. 88.

zu längeren Wellenlängen über, so zeigt ein Vergleich der Schwärzungen von 121, $\bar{1}12$ und 112, daß nunmehr wieder ein Abfallen der Intensität stattfindet. Noch deutlicher ist dies aus einem Vergleich von 113 (mit 102) und $\bar{1}1\bar{3}$ (mit 146) zu erkennen; auf der Kontrollaufnahme No. 3 sind die entsprechenden Punkte beide gleich gut zu sehen. Im Bereich der ganz langen Wellenlängen finden sich auf den Photogrammen nur einzelne wenige Vertreter; diese Tatsache ist damit zu erklären, daß nach der Formel $n\lambda = 2d \sin \Theta$ bei der benutzten Orientierung der Kristalle ein sehr großer Netzebenenabstand d erforderlich war, damit überhaupt solch lange Wellenlängen auftreten konnten.

Diese Überlegungen lassen sich folgendermaßen kurz zusammenfassen: „In der benützten Primärstrahlung sind die kurzen Wellenlängen (etwa $\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3 = 40$), ebenso wie die langen Wellenlängen nur spärlich vertreten, während die Hauptintensität etwa in dem Intervall $\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3 = 60$ bezw. 70 enthalten ist."

Während des Verlaufs dieser Untersuchungen erschien eine äußerst sorgfältig durchgeführte Arbeit von Moseley und Darwin,[1]) in der die Ionisationswirkung eines an einer Steinsalzwürfelfläche reflektierten Röntgenstrahls gemessen wurde, wobei immer der Reflexionswinkel bei jeder Messung um 10′ variiert wurde; auf diese Weise erhielten sie für harte Röntgenröhren[2]) die in Fig. 30 gezeichnete Kurve, als deren Abszissen die Inzidenzwinkel ($\Theta = 90^0 - \psi$, s. S. 25) aufgetragen sind. Nach der Formel (2) auf Seite 25 erhält man hieraus die Wellenlänge $\lambda = \ldots \sin \Theta \cdot 2a$ (Reflexion I. Ordnung).

Die in Fig. 30 eingetragenen Werte der Wellenlängen sind ausgedrückt in der von uns immer benützten Einheit $\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$ (a = Würfelebenenabstand von Steinsalz). Die Kurve zeigt deutlich den von uns oben geforderten Intensitätsabfall nach der Seite der ganz kurzen und nach der Seite der langen Wellenlängen hin; auch die von uns indirekt bestimmte Lage des Maximums stimmt relativ gut mit dem von Moseley und Darwin direkt gefundenen Wert überein.

[1]) Phil. Mag. 26. 210. 1913.

[2]) Bei sehr weichen Röhren verschiebt sich nach Angabe der Verfasser das Maximum von 4° bis gegen 6°.

Außer diesem kontinuierlichen Spektrum haben die oben genannten Forscher, ebenso wie W. H. und W. L. Bragg eine Reihe scharf ausgeprägter Intensitätsmaxima gefunden, die von der Eigenstrahlung der Antikathode herrühren. Auf den Photogrammen waren Einflüsse dieser Eigenstrahlung nicht wahrnehmbar; der Grund liegt wohl darin, daß bei den von uns benützten sehr harten Röhren die Eigenstrahlung gegenüber der Impulsstrahlung sehr zurücktritt; außerdem beginnen diese Eigenstrahlungen erst im Gebiet der sehr langen Wellenlängen (etwa von $\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3 = 190$ an), für welche sich aus den auf Seite 91 angeführten Gründen überhaupt nur wenige Vertreter auf den Photogrammen vorfanden.

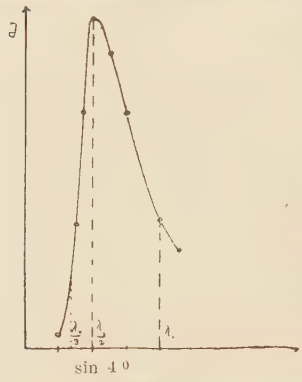


Fig. 30.

2. Obertöne.

Die Kenntnis der Energieverteilung in der Primärstrahlung setzt uns instand, die schon früher konstatierte merkwürdige Tatsache zu erklären, daß auf den monochromatischen Aufnahmen die durch den 1. Oberton $\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)$ verursachten Interferenzpunkte ebenso stark erschienen sind, wie die Vertreter des Grundtons (λ_0). Da zu den Versuchen der an einer Würfelebene von Steinsalz unter etwa 8° reflektierte Strahl benützt wurde, so war in demselben als 1. Oberton, wie aus Fig. 30 ersichtlich ist, gerade die Wellenlänge enthalten, die dem Maximum der Energiekurve entspricht. Ferner fand sich überraschenderweise bei 2 Aufnahmen sogar die 3. Ordnung des 1. Obertons $\left(\frac{\lambda^0}{2}\right)$ vor. Die Intensitäten der Interferenzpunkte, die den einzelnen Ordnungen auf den monochromatischen Photogrammen entsprechen, sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Tabelle XXVII.

	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung
Grundton	stark	schwach	Nicht beobachtet
1. Oberton	stark	identisch	schwach
2. Oberton	schwach	nicht beobachtet	

Es ist interessant zu berechnen, welche Intensitätsverhältnisse auf Grund der Energiekurve zu erwarten sind. Zu diesem Zweck ist jedoch die Kenntnis erforderlich, in welchem Verhältnis die 2. bezw. 3. Ordnung der Reflexion einer und derselben Wellenlänge an einer Kristallebene an und für sich schwächer ist als die 1. Ordnung. Die theoretischen Werte für diese Verhältnisse lauten nach Debye-Lorentz[1]):

$$m_1 : m_2 : m_3 = 1 : 0{,}25 : 0{,}11.$$

Wir wollen nun zuerst berechnen, wie sich in dem ausgeblendeten Interferenzstrahl die Intensität J_1 des Grundtons zu der der Obertöne (J_2 bezw. J_3) verhält. Die Grundwellenlänge entsprach nach früherem einem Inzidenzwinkel von 8°; die Ordinatenhöhe beträgt dann nach Fig. 30 $h_1 = 34$ mm (Fig. 30 ist ½ verkleinert); von ihr ist jedoch zu subtrahieren

1. die in 2. Ordnung reflektierte Wellenlänge $\frac{\lambda_0}{2}$, deren Intensität (bei einer Reflexion in 1. Ordnung) $h_2 = 88$ mm beträgt, also $88 \cdot 0{,}25 = 22{,}0$;
2. die in 3. Ordnung reflektierte Wellenlänge $\frac{\lambda_0}{3}$, $h = 20$, also $20 \cdot 0{,}11 = 2{,}2$.

Somit lautet das Verhältnis

$$J_1 : J_2 : J_3 = 10 : 22 : 2{,}2.$$

Für die Berechnung der Intensitätsverhältnisse der verschiedenen Ordnungen bei der wiederholten Reflexion an dem 2. Kristall ist noch zu beachten, daß in dem Falle, wo die Grundwellenlänge in 1. Ordnung reflektiert wird, gleichzeitig auch der 1. Oberton in zweiter und der 2. Oberton in dritter Ordnung reflektiert werden. Die Intensität eines solchen Punktes ergibt sich also als Summe von $10 \cdot 1 + 22 \cdot 0{,}25 + 2{,}2 \cdot 0{,}11 = 15{,}7$.

Tabelle XXVIII.

	1. Ordnung	2. Ordnung	3. Ordnung
Grundton	15,7	3,8	1,1
1. Oberton	22,0	identisch	2,4
2. Oberton	2,2	0,5	

Eine Vergleichung von Tabelle XXVIII mit Tab. XXVII ergibt eine jedenfalls der Größenordnung nach befriedigende

[1]) Annalen der Phys. 43. 1. 1914.

Übereinstimmung; insbesondere wird durch das Zahlenverhältnis verständlich gemacht, warum auf den monochromatischen Photogrammen die mit $2\lambda_0$ übereinstimmenden Punkte (2. Ordnung der Grundwellenlänge) so sehr schwach gekommen sind, während die 2. Ordnung in der einfallenden Strahlung sich in solch beträchtlicher Intensität geltend gemacht hat. Die in Tabelle XXVII als „nicht beobachtet" bezeichneten Ordnungen sind nach der theoretischen Berechnung tatsächlich die schwächsten.

Zusammenstellung der Resultate.

1. Natur der Interferenzstrahlen.

1. Die von einem Steinsalzraumgitter abgebeugten Röntgenstrahlen sind „monochromatisches" Röntgenlicht; in jedem abgebeugten Strahl ist nur eine einzige Wellenlänge bezw. deren Obertöne enthalten, während die von der Röhre ausgesandte Primärstrahlung aus einer kontinuierlichen Folge von verschiedenen Wellenlängen besteht.
2. Durch analoge Versuche mit Sylvin wird die allgemeine Gültigkeit des unter 1 ausgesprochenen Satzes bewiesen.
3. Das Reflexionsvermögen derjenigen Ebenen, deren Indexquadratsumme < 5 ist, ist bei gleicher Intensität der einfallenden Welle wesentlich größer als das der übrigen Netzebenen.
4. Das starke Hervortreten des 1. Obertons auf den monochromatischen Photogrammen wird erklärt durch die Eigenart der spektralen Energieverteilung in der Primärstrahlung.
5. Auf Grund der erhaltenen Photogramme wird der qualitative Verlauf der Energiekurve beschrieben und näherungsweise angegeben, in welchem Wellenlängenintervall bei der benützten Röhrenhärte die maximale Energie ausgestrahlt wird.

2. Kristallstruktur.

6. Das Steinsalzraumgitter (a_0) gehört zum flächenzentrierten Typus, während das Raumgitter des Sylvins (a_1) einfach kubisch ist; das Verhältnis der Gitterkonstanten wird experimentell bestimmt zu

$$a_0 : a_1 = 1 : 1{,}122.$$

7. Die Sylvinversuche führen mit zwingender Notwendigkeit zu der Annahme, daß die Gitterpunkte mit Atomen und nicht mit Molekülen besetzt sind.

8. Das Bromkaliumgitter kann erklärt werden als ein flächenzentriertes Gitter von Bromatomen; für das Verhältnis seiner Gitterkonstanten (a_2) zu der des Steinsalzes (a_0) ergibt sich der experimentelle Wert

$$a_0 : a_2 = 1 : 1{,}150.$$

9. Für das Flußspatgitter, das ebenfalls zum flächenzentrierten Typus gehört, wird experimentell ermittelt, daß die Kantenlänge (a_3) seines Elementarkubus sich zu der von Sylvin (a_1) verhält wie

$$a_1 : a_3 = 1 : 0{,}878.$$

10. Es wird nachgewiesen, daß das nach dem Vorschlag von W. L. Bragg (durch Einführung von 8 F-Atomen pro Elementarkubus) sich ergebende Raumgittermodell für Flußspat mit den erhaltenen Versuchsergebnissen in Einklang steht.

Die vorliegende Arbeit wurde vom Januar 1913 bis Ostern 1914 im Physikalischen Institut der Universität München ausgeführt.

Es sei mir hier gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geheimrat Röntgen, für das stets bewiesene Wohlwollen und für das große Interesse, das er diesen Untersuchungen entgegenbrachte, meinen ehrerbietigsten Dank auszusprechen.

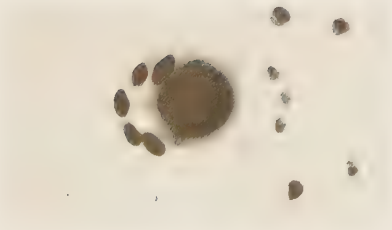
Herrn Privatdozent Dr. Wagner bin ich für viele wertvolle Ratschläge zu besonderem Danke verpflichtet.

Lebenslauf.

Richard G l o c k e r, der Verfasser der vorliegenden Arbeit, ist der Sohn des Geheimen Oberbaurat v. Glocker in Stuttgart. Er wurde am 21. September 1890 in Calw (Württemberg) geboren und absolvierte im Jahre 1909 das humanistische Eberhard-Ludwigs-Gymnasium in Stuttgart. Dann widmete er sich an der Universität Berlin, der Technischen Hochschule Stuttgart und der Universität München dem Studium der Physik.

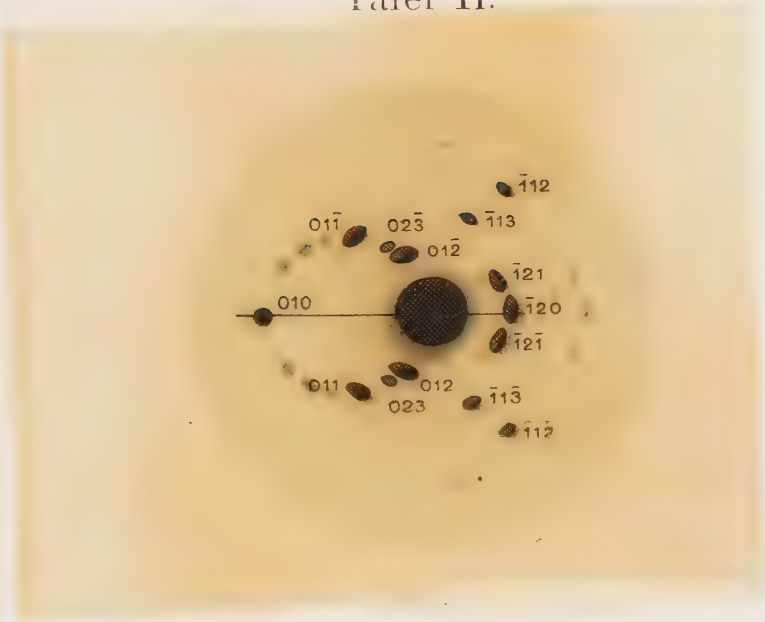
Tafel I.

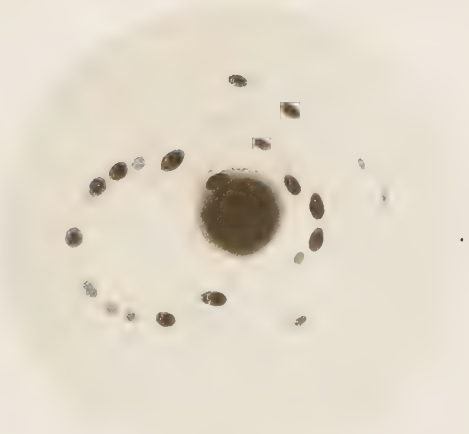
No. 1



No. 2

Tafel II.

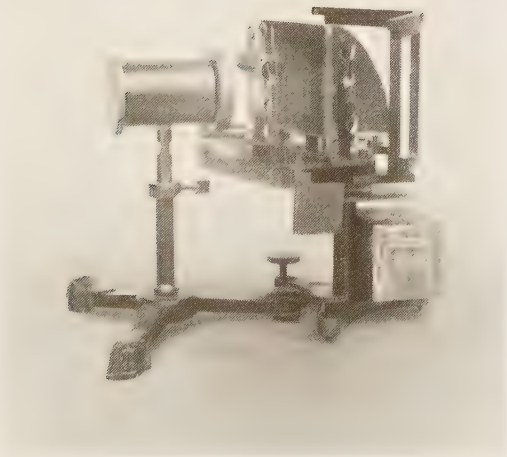

$\bar{1}12$
$01\bar{1}$
$02\bar{3}$
$\bar{1}13$
$01\bar{2}$
$\bar{1}21$
010
$\bar{1}20$
$\bar{1}2\bar{1}$
011
012
$\bar{1}1\bar{3}$
023
$\bar{1}1\bar{2}$



No. 4.

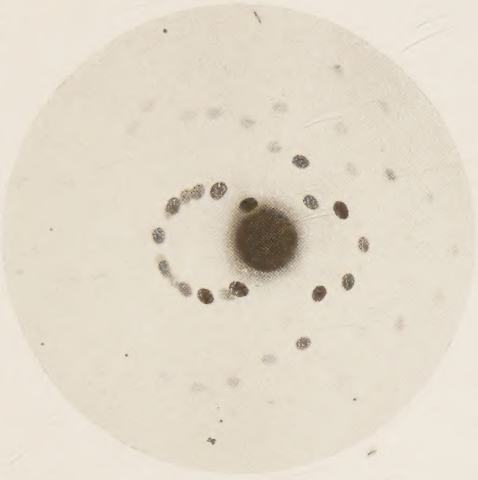
Tafel III.

No. 5

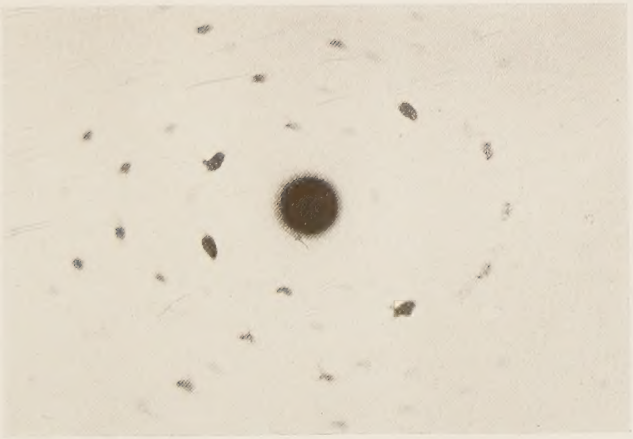


No. 6

Tafel IV.



No. 7.



No 8